ગુજરાત રાજ્યના શિક્ષણવિભાગના પત્ર-ક્રમાંક
મશબ/૧૨૨૨/૫૮૫/છ, તા. ૧૫-૫-૨૦૨૩થી મંજૂર

વૈદિક ગણિત

(અજમાયશી)

ધોરણ 10

પ્રતિજ્ઞાપત્ર

ભારત મારો દેશ છે.
બધાં ભારતીયો મારાં ભાઈબહેન છે.
હું મારા દેશને ચાહું છું અને તેના સમૃદ્ધ અને
વૈવિધ્યપૂર્ણ વારસાનો મને ગર્વ છે.
હું સદાય તેને લાયક બનવા પ્રયત્ન કરીશ.
હું મારાં માતાપિતા, શિક્ષકો અને વડીલો પ્રત્યે આદર રાખીશ
અને દરેક જણ સાથે સભ્યતાથી વર્તીશ.
હું મારા દેશ અને દેશબાંધવોને મારી નિષ્ઠા અર્પું છું.
તેમનાં કલ્યાણ અને સમૃદ્ધિમાં જ મારું સુખ રહ્યું છે.

રાજ્ય સરકારની વિનામૂલ્યે યોજના હેઠળનું પુસ્તક

ગુજરાત શૈક્ષણિક
સંશોધન અને તાલીમ પરિષદ
ગાંધીનગર

ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ
'વિદ્યાયન', સેક્ટર 10-એ, ગાંધીનગર-382010

વિષય-કન્વીનર

ડૉ. નરેન્દ્ર પંચોલી

લેખન

ડૉ. રૂપેશભાઈ ભાટિયા
શ્રી પરિધિ ત્રિવેદી પરીખ
શ્રી ધનરાજભાઈ ઠક્કર
શ્રી હૃષીકેષભાઈ ઠક્કર
શ્રી વિજયસિંહ ખેર
શ્રી મયુર હરિયાણી

સમીક્ષા

શ્રી નવીનચંદ્ર એલ. પટેલ
શ્રી પ્રવિણકુમાર આઇ. પટેલ
ડૉ. અમીષા દવે
શ્રી ભાવિનીબેન શેઠ
ડૉ. રાજગોપાલ મહારાજા
શ્રી નિતાબેન સંઘવી

ભાષાશુદ્ધિ

શ્રીમતી સ્નેહલબેન એન. પટેલ

મુદ્રણ-આયોજન

શ્રી મનીષ એચ. બધેકા
(નાયબ નિયામક : ઉત્પાદન)

વિતરણ-આયોજન

શ્રી હર્ષદ એચ. ચૌધરી
(નાયબ નિયામક : વહીવટ-વિતરણ)

પ્રસ્તાવના

રાષ્ટ્રીય શિક્ષણનીતિ, 2020 અંતર્ગત ભારતીય જ્ઞાન-પ્રણાલી (Indian Knowledge System) અન્વયે વિદ્યાર્થીઓ ભારતની ભવ્ય સંસ્કૃતિ અને તેના વારસાથી પરિચિત થાય અને ભારતીય હોવા પર ગર્વ અનુભવે તે હેતુથી ગુજરાત સરકાર દ્વારા શાળા કક્ષાએ વૈદિક ગણિત અભ્યાસનો અમલ કરવાનો નિર્ણય કરવામાં આવ્યો છે. જે વિદ્યાર્થીઓને સર્વાંગી વિકાસમાં મદદરૂપ થઈ શકશે.

ધોરણ 10ના વૈદિક ગણિતના પાઠ્યપુસ્તકને રસપ્રદ, ઉપયોગી અને ક્ષતિરહિત બનાવવા માટે માનનીય સચિવશ્રી (પ્રાથમિક શિક્ષણ અને માધ્યમિક શિક્ષણ) દ્વારા માર્ગદર્શન આપવામાં આવ્યું છે. વૈદિક ગણિતના નિષ્ણાત, તજ્જ્ઞ, પ્રાધ્યાપકો અને શિક્ષકોના યોગદાનથી કાર્યશાળાના સફળ આયોજન થકી આ પાઠ્યપુસ્તકનું લેખનકાર્ય ગુજરાત માધ્યમિક અને ઉચ્ચતર માધ્યમિક શિક્ષણ બોર્ડ, ગાંધીનગરના નિદર્શનમાં થયેલ છે. સમીક્ષકોના માર્ગદર્શક સૂચનો અનુસાર યોગ્ય સુધારા વધારા કર્યા પછી પાઠ્યપુસ્તકને અંતિમ સ્વરૂપ આપવામાં આવ્યું છે.

ધોરણ 10ના **વૈદિક ગણિત**ના આ પાઠ્યપુસ્તકમાં પ્રવર્તમાન પાઠ્યપુસ્તક ગણિત ધોરણ 10ના અમુક ચોક્કસ વિષયાંગોનો સમાવેશ કરવાનો પ્રયત્ન થયેલ છે. જે વિદ્યાર્થીઓ માટે વિષયાંગોનું સરલીકરણ કરવામાં મહત્ત્વનું બની રહેશે.

ગણિત વિષયના શિક્ષકો, તજ્જ્ઞો તેમજ શિક્ષણમાં રસ ધરાવનાર વ્યક્તિઓ પાસેથી પ્રસ્તુત પાઠ્યપુસ્તકની ગુણવત્તા વધારે તેવાં સૂચનો આવકાર્ય છે.

ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ આ પાઠ્યપુસ્તકનું મુદ્રણકાર્ય કરીને વિદ્યાર્થીઓ સમક્ષ મૂકતાં આનંદ અનુભવે છે.

બંછાનિધિ પાની (IAS)	**વિનયગિરિ ગોસાઈ**	**મુકેશ કુમાર (IAS)**
અધ્યક્ષ ગુજરાત માધ્યમિક અને ઉચ્ચતર માધ્યમિક શિક્ષણ બોર્ડ, ગાંધીનગર	નિયામક ગુ.રા.શા.પા.પુ.મં. ગાંધીનગર	કાર્યવાહક પ્રમુખ ગાંધીનગર

પ્રથમ આવૃત્તિ : 2022, 2023, 2024

પ્રકાશક : ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ, 'વિદ્યાયન', સેક્ટર 10-એ, ગાંધીનગર વતી વિનયગિરિ ગોસાઈ, નિયામક

મુદ્રક :

મૂળભૂત ફરજો

ભારતના દરેક નાગરિકની ફરજો નીચે મુજબ રહેશે :*

(ક) સંવિધાનને વફાદાર રહેવાની અને તેના આદર્શો તથા સંસ્થાઓનો, રાષ્ટ્રધ્વજનો અને રાષ્ટ્રગીતનો આદર કરવાની;

(ખ) આઝાદી માટેની આપણી રાષ્ટ્રીય લડતને પ્રેરણા આપનારા ઉમદા આદર્શોને હૃદયમાં પ્રતિષ્ઠિત કરવાની અને અનુસરવાની;

(ગ) ભારતના સાર્વભૌમત્વ, એકતા અને અખંડિતતાનું સમર્થન કરવાની અને તેમનું રક્ષણ કરવાની;

(ઘ) દેશનું રક્ષણ કરવાની અને રાષ્ટ્રીય સેવા બજાવવાની હાકલ થતાં, તેમ કરવાની;

(ચ) ધાર્મિક, ભાષાકીય, પ્રાદેશિક અથવા સાંપ્રદાયિક ભેદોથી પર રહીને, ભારતના તમામ લોકોમાં સુમેળ અને સમાન બંધુત્વની ભાવનાની વૃદ્ધિ કરવાની, સ્ત્રીઓનાં ગૌરવને અપમાનિત કરે તેવા વ્યવહારો ત્યજી દેવાની;

(છ) આપણી સમન્વિત સંસ્કૃતિના સમૃદ્ધ વારસાનું મૂલ્ય સમજી તે જાળવી રાખવાની;

(જ) જંગલો, તળાવો, નદીઓ અને વન્ય પશુપક્ષીઓ સહિત કુદરતી પર્યાવરણનું જતન કરવાની અને તેની સુધારણા કરવાની તથા જીવો પ્રત્યે અનુકંપા રાખવાની;

(ઝ) વૈજ્ઞાનિક માનસ, માનવતાવાદ અને જિજ્ઞાસા તથા સુધારણાની ભાવના કેળવવાની;

(ટ) જાહેર મિલકતનું રક્ષણ કરવાની અને હિંસાનો ત્યાગ કરવાની;

(ઠ) રાષ્ટ્ર પુરુષાર્થ અને સિદ્ધિનાં વધુ ને વધુ ઉન્નત સોપાનો ભણી સતત પ્રગતિ કરતું રહે એ માટે, વૈયક્તિક અને સામૂહિક પ્રવૃત્તિનાં તમામ ક્ષેત્રે શ્રેષ્ઠતા હાંસલ કરવાનો પ્રયત્ન કરવાની.

(ડ) માતા-પિતાએ અથવા વાલીએ 6 વર્ષથી 14 વર્ષ સુધીની વયના પોતાના બાળક અથવા પાલ્યને શિક્ષણની તકો પૂરી પાડવાની.

*ભારતનું સંવિધાન : કલમ 51-क

અનુક્રમણિકા

Z6D5D5

વૈદિક ગણિત-પરિચય

વેદો સમગ્ર જ્ઞાનનો સ્રોત છે. વેદોમાં રહેલું જ્ઞાન અપૌરૂષેય છે, તે કોઈ માનવે લખેલું નથી. તપસ્વી, યોગી, ઋષિ-મુનિઓને તપ-સાધના દ્વારા આ જ્ઞાન પ્રાપ્ત થયું છે. ધ્યાનની ઉચ્ચ કક્ષાની સિદ્ધ અવસ્થામાં તેઓને જ્ઞાનના સાક્ષાત્કારની અનુભૂતિ થઈ છે અને મંત્રો કે સૂત્રોના સ્વરૂપમાં જ્ઞાનનું પ્રગટીકરણ થયું છે. સામાન્ય મનુષ્ય સમજી શકે તે માટે મંત્રો કે સૂત્રો પરથી અનેક શાસ્ત્રો અને ગ્રંથોની રચના થઈ છે. પ્રાચીન ભારતીય જ્ઞાનપરંપરાની આ વૈદિક શૈલી છે. વૈદિક ગણિતની રચના પણ આ પ્રણાલી મુજબ થઈ છે.

ગોવર્ધનમઠ, પુરીના જગદ્ગુરુ સ્વામીશ્રી ભારતીકૃષ્ણતીર્થજી મહારાજે વેદોનાં મંત્રો, સૂત્રો અને શબ્દોના આધારે સોળ સૂત્રો અને તેર ઉપસૂત્રોનો આવિષ્કાર કર્યો છે. આ સૂત્રો સંસ્કૃત ભાષામાં સંક્ષિપ્ત અને શાબ્દિક સ્વરૂપે છે. આ સૂત્રોના અર્થઘટનને આધારે પ્રયોગો કરીને તેમણે વિવિધ ગાણિતિક વિધિઓનો વિકાસ કર્યો અને 'વૈદિક ગણિત' ગ્રંથની રચના કરી છે.

વૈદિક ગણિતનાં સૂત્રોની ઉપયોગિતાનો વ્યાપ વિશાળ છે. એક સૂત્ર એક કરતાં વધુ ગણનક્રિયામાં ઉપયોગી બને છે અને એક જ ગણનક્રિયામાં એક કરતાં વધુ સૂત્રોનો ઉપયોગ પણ થાય છે.

આપણે રોજબરોજના જીવનમાં અન્ય વ્યક્તિઓની વય, કક્ષા, વર્ગ, પદ વગેરે બાબતો જોઈને તેમની સાથે વાણી, વર્તન અને વ્યવહાર કરીએ છીએ, તેવી રીતે વૈદિક ગણિતમાં પ્રશ્ન કે દાખલાની રકમનાં લક્ષણો કે સ્વરૂપને ઓળખીને તેના ઉકેલ માટે યોગ્ય સૂત્રની પસંદગી કરીને ગણનક્રિયા કરવામાં આવે છે. વૈદિક ગણિતની આ મુખ્ય વિશેષતા છે.

વૈદિક ગણિતના અભ્યાસથી જીવનમાં વિવિધ પરિસ્થિતિનો તાગ મેળવીને સમસ્યાનું નિરાકરણ કરવાનો જીવનલક્ષી સદ્ગુણ ખીલે છે. વૈદિક ગણિત વેદો સાથે જોડાયેલું છે. તેના અભ્યાસથી આપણને આપણી પ્રાચીન મહાન સંસ્કૃતિ અને જ્ઞાનની ધરોહરનું મહત્ત્વ સમજાય છે. સાથે-સાથે ગૌરવ અને આનંદની લાગણી પણ થાય છે તેમજ અન્ય શાસ્ત્રો જાણવાની જિજ્ઞાસા વધે છે.

વૈદિક ગણિતની ગણન-પદ્ધતિઓ સંક્ષિપ્ત, ઝડપી, રસપ્રદ, સહજ, સરળ, આનંદદાયક અને આશ્ચર્યજનક છે, તેથી વિદ્યાર્થીઓની ગણિત પ્રત્યે જિજ્ઞાસા જાગે છે, રુચિ કેળવાય છે, તેના આત્મવિશ્વાસમાં વધારો થાય છે તેમજ ગણિત પ્રત્યેનો ડર દૂર થાય છે. આ ઉપરાંત વિદ્યાર્થીની તર્કશક્તિ, સ્મૃતિશક્તિ, બુદ્ધિ, વિશ્લેષણ શક્તિ વગેરેનો વિકાસ થાય છે.

વૈદિક ગણિત એ ગણિતનો જ એક ભાગ છે, તે સ્વતંત્ર જુદો વિષય નથી. શાળા-કૉલેજમાં ભણાવાતા ગણિતની શાખાઓ અને વિષયાંગો વૈદિક ગણિતમાં પણ છે, પરંતુ તે પ્રચલિત ગણિત કરતાં નવીન અને ભિન્ન સ્વરૂપે પ્રસ્તુત થાય છે. વૈદિક ગણિતના અધ્યયન-અધ્યાપનથી ગણિતના તેજસ્વી વિદ્યાર્થીઓ, શિક્ષકો, ગણિતજ્ઞો માટે સંશોધનનાં નવાં દ્વાર ખૂલી શકે તેમ છે.

આર્યભટ્ટ, ભાસ્કરાચાર્ય, શ્રીધરાચાર્ય, વરાહમિહિર જેવા પ્રાચીન વિદ્વાન ગણિતાચાર્યોએ ગણિતના અનેક ગ્રંથો રચ્યા છે, તેમાં ગણિતના વિવિધ વિભાગો ઉપરાંત જ્યોતિષ ગણિતનો સમાવેશ થયેલ છે. આ ગ્રંથો સંસ્કૃતમાં શ્લોકો દ્વારા લખાયેલા છે અને તેની ગણનશૈલી અલગ છે, માટે તે ગણિત પણ વૈદિક ગણિતથી જુદું પડે છે.

સ્વામીશ્રી દયાનંદ સરસ્વતીજીએ સૂત્ર આપ્યું હતું કે, 'વેદો તરફ પાછા ફરો' જેથી ભારતીય જીવન-પદ્ધતિનું પુનઃસ્થાપન થશે. આપણે ગણિત-શિક્ષણના વૈદિક ગણિતનો અભ્યાસ કરીને તેઓના સૂત્રને ચરિતાર્થ કરીએ.

●

1

સંખ્યાઓનું ઘનમૂળ

T7A2V9

આપણે જાણીએ છીએ કે, કોઈ એક સંખ્યાને તે જ સંખ્યા વડે બે વખત ગુણવાથી મળતી સંખ્યા તે સંખ્યાનો ઘન છે. જેમકે, $2 \times 2 \times 2 = 8$, અહીં 2નો ઘન 8 છે. માટે 8નું ઘનમૂળ 2 છે એમ કહેવાય. ઘનમૂળને '$\sqrt[3]{\ }$' ચિહ્નથી દર્શાવાય છે એટલે કે ઘનમૂળ 8ને $\sqrt[3]{8}$ તરીકે લખાય. અહીં આપણે વધુમાં વધુ નવ અંકો સુધીની પૂર્ણઘન સંખ્યાઓનું ઘનમૂળ **'विलोकनम्'** સૂત્રના ઉપયોગથી શોધીશું.

સૂત્ર : 'विलोकनम्'

અર્થ : અવલોકન દ્વારા એવો થાય છે.

પૂર્ણઘન સંખ્યાઓનું ઘનમૂળ મેળવવા માટે 1થી 10 સુધીની સંખ્યાના ઘન યાદ રાખવા જરૂરી છે.

સારણી 1

સંખ્યા	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ઘન	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000
બીજાંક	1	8	9	1	8	9	1	8	9	1

ઉપરની સારણી પરથી નીચેનાં તારણો મળે છે :

- 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000 સંખ્યાઓ પૂર્ણઘન સંખ્યાઓ છે.
- જે સંખ્યાનો એકમનો અંક 0, 1, 4, 5, 6 અથવા 9 હોય તે સંખ્યાના ઘનમૂળનો એકમનો અંક પણ તે જ છે.
- પૂર્ણઘન સંખ્યાના બીજાંક 1, 8 અથવા 9 હોય.
- એક અંકની પૂર્ણઘન સંખ્યાઓ બે છે, જે 1 અને 8 છે.
- બે અંકની પૂર્ણઘન સંખ્યાઓ બે છે, જે 27 અને 64 છે.
- ત્રણ અંકની પૂર્ણઘન સંખ્યાઓ પાંચ છે જે 125, 216, 343, 512 અને 729 છે.

સારણી 2

પૂર્ણઘન સંખ્યાનો એકમનો અંક	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ઘનમૂળનો એકમનો અંક	0	1	8	7	4	5	6	3	2	9

ચારથી છ અંકોની પૂર્ણઘન સંખ્યાઓનું ઘનમૂળ

- આપેલ સંખ્યાને બે ભાગમાં લખવામાં આવે છે.

- આપેલ સંખ્યાના છેલ્લા ત્રણ અંકો બીજા ભાગ તરીકે અને બાકીના અંકો પ્રથમ ભાગ તરીકે લખવામાં આવે છે.

જેમકે, (1) 1728નો પ્રથમ ભાગ 1 અને બીજો ભાગ 728

(2) 17576નો પ્રથમ ભાગ 17 અને બીજો ભાગ 576

(3) 262144નો પ્રથમ ભાગ 262 અને બીજો ભાગ 144

- આપેલ સંખ્યાના એકમના અંક ઉપરથી તેના ઘનમૂળનો એકમનો અંક સારણી 2 મુજબ નિશ્ચિત થાય છે.
- આપેલ સંખ્યાના પ્રથમ ભાગની નજીકની નાની પૂર્ણઘન સંખ્યાના ઘનમૂળથી આપેલ સંખ્યાના ઘનમૂળનો દશકનો અંક નિશ્ચિત થાય છે.
- આપેલ સંખ્યાના બે ભાગ થાય છે માટે તેનું ઘનમૂળ હંમેશાં બે અંકોમાં મળશે.

ઉદાહરણ 1 : 4913નું ઘનમૂળ શોધો.

$4913 \longrightarrow 7$

પગલું 1 : સંખ્યાનો એકમનો અંક 3 છે.

∴ ઘનમૂળનો એકમનો અંક 7 થશે. (સારણી 2)

$4,913$

પગલું 2 : સંખ્યાને બે ભાગમાં લખતાં

$4 > 1 \longrightarrow 1$

પગલું 3 : પ્રથમ ભાગ 4ની નજીકની નાની પૂર્ણઘન સંખ્યા 1 (સારણી 2)

$4 > 1^3 \longrightarrow 1$

પગલું 4 : $\sqrt[3]{1} = 1$

∴ ઘનમૂળનો દશકનો અંક 1 થશે.

$\therefore \sqrt[3]{4913} = 17$

ઉદાહરણ 2 : 29791નું ઘનમૂળ શોધો.

$29791 \longrightarrow 1$

પગલું 1 : સંખ્યાનો એકમનો અંક 1 છે.

∴ ઘનમૂળનો એકમનો અંક 1 થશે.

$29, 791$

પગલું 2 : સંખ્યાને બે ભાગમાં લખતાં

$29 > 27$

પગલું 3 : પ્રથમ ભાગ 29ની નજીકની નાની પૂર્ણઘન સંખ્યા 27

$29 > 3^3 \longrightarrow 3$

પગલું 4 : $\therefore \sqrt[3]{27} = 3$

∴ ઘનમૂળનો દશકનો અંક 3 થશે.

∴ 29791નું ઘનમૂળ 31 છે.

ઉદાહરણ 3 : કિંમત શોધો : $\sqrt[3]{941192}$

$941192 \longrightarrow 8$

$941, 192$

$941 > 729$

$941 > 9^3 \longrightarrow 9$

$\therefore \sqrt[3]{941192} = 98$

સાતથી નવ અંકની પૂર્ણઘન સંખ્યાઓનું ઘનમૂળ :

સાતથી નવ અંકની પૂર્ણઘન સંખ્યાઓનું ઘનમૂળ શોધવા માટે –

- આપેલ સંખ્યાને છેલ્લેથી ત્રણ અંકોમાં ભાગ કરીને લખવામાં આવે છે.
- પ્રથમ ભાગમાં ત્રણ, બીજા ભાગમાં ત્રણ અને ત્રીજા ભાગમાં એક, બે અથવા ત્રણ અંકો થશે.
- આપેલ સંખ્યાના ત્રણ ભાગ હોવાથી ઘનમૂળ ત્રણ અંકોમાં મળશે.
- સારણી 2 મુજબ આપેલ સંખ્યાના ઘનમૂળનો એકમનો અંક નિશ્ચિત થશે.
- ઘનમૂળના એકમના અંકના વર્ગને ત્રણ વડે ગુણવાથી જે સંખ્યા મળે તેના ઉપરથી ઉદાહરણમાં દર્શાવ્યા મુજબ ગણતરી કરીને આપેલ સંખ્યાના ઘનમૂળનો દશકનો અંક મળશે.
- આપેલ સંખ્યાના પ્રથમ ભાગની નજીકની નાની પૂર્ણઘન સંખ્યાના ઘનમૂળથી આપેલ સંખ્યાનો ઘનમૂળનો શતકનો અંક નિશ્ચિત થશે.

ઉદાહરણ 4 : 4657463નું ઘનમૂળ શોધો.

$4657463 \longrightarrow 7$	**પગલું 1 :** સંખ્યાનો એકમનો અંક 3 છે. ∴ ઘનમૂળનો એકમનો અંક 7 થશે.
$-\ 343$ 465712	**પગલું 2 :** એકમના અંક 3નો લોપ કરવા માટે $7^3 = 343$ બાદ કરતાં
$3 \times 7^2 = 3 \times 49 = 147$	**પગલું 3 :** 3 × (ઘનમૂળનો એકમનો અંક)^2 કરતાં
$147 \times 6 = 882$ $\longrightarrow 6$	**પગલું 4 :** એકમના અંક 3નો લોપ થયા બાદ મળેલ સંખ્યા 465712નો એકમના અંક 2 છે, તે ઘનમૂળનો દશકનો અંક મેળવવા માટે 147ને 6 વડે ગુણતાં મળતી સંખ્યા 882નો એકમનો અંક પણ 2 મળે છે. ∴ ઘનમૂળનો દશકનો અંક 6 થશે.
4, 657, 463	**પગલું 5 :** આપેલ સંખ્યાને ત્રણ ભાગમાં લખતાં
$4 > 1$	**પગલું 6 :** પ્રથમ ભાગ 4થી નજીકની નાની પૂર્ણઘન સંખ્યા 1 છે.
$4 > 1^3 \longrightarrow 1$	**પગલું 7 :** $\sqrt[3]{1} = 1$ ∴ ઘનમૂળનો શતકનો અંક 1 થશે.

∴ 4657463નું ઘનમૂળ 167 છે.

ઉદાહરણ 5 : કિંમત શોધો : $\sqrt[3]{17373979}$

$17373979 \longrightarrow 9$	**પગલું 1 :** સંખ્યાનો એકમનો અંક 9 છે. ∴ ઘનમૂળનો એકમનો અંક 9 થશે.
$-\ 729$ 1737325	**પગલું 2 :** સંખ્યાના એકમના અંક 9નો લોપ કરવા માટે $9^3 = 729$ બાદ કરતાં

$3 \times 9^2 = 3 \times 81 = 243$	**પગલું 3 :** 3 × (ઘનમૂળનો એકમનો અંક)^2 કરતાં
$243 \times 5 = 1215 \longrightarrow 5$	**પગલું 4 :** એકમના અંકનો લોપ કર્યા બાદ મળતી સંખ્યાનો એકમનો અંક 5 છે. હવે ઘનમૂળનો દશકનો અંક મેળવવા માટે 243ને 5 વડે ગુણતાં મળતી સંખ્યા 1215નો એકમનો અંક પણ 5 મળે છે. ∴ ઘનમૂળનો દશકનો અંક 5 થશે.
17, 373, 979	**પગલું 5 :** એકમની સંખ્યાને ત્રણ ભાગમાં લખતાં
$17 > 8$	**પગલું 6 :** પ્રથમ ભાગ 17થી નજીકની નાની પૂર્ણઘન સંખ્યા 8 છે.
$17 > 2^3 \longrightarrow 2$	**પગલું 6 :** $\sqrt[3]{8} = 2$
$\therefore \sqrt[3]{17373979} = 259$	∴ ઘનમૂળનો શતકનો અંક 2 થશે.

ઉદાહરણ 6 : 151419437નું ઘનમૂળ શોધો.

$151419437 \longrightarrow 3$

$-\quad 27$

15141941

$3 \times 3^2 = 3 \times 9 = 27$

$27 \times 3 = 81 \longrightarrow 3$

151, 419, 437

$151 > 125$

$151 > 5^3 \longrightarrow 5$

∴ 151419437નું ઘનમૂળ 533 છે.

આપેલ સંખ્યા બેકી (યુગ્મ) હોય તો તે સંખ્યાનું ઘનમૂળ શોધવા માટે તેને 8 વડે ભાગવા પડે. જો એકવાર ભાગવાથી અયુગ્મ સંખ્યા મળે, તો મળેલ સંખ્યાનું ઘનમૂળ શોધી તેને 2 વડે ગુણવાથી આપેલ સંખ્યાનું ઘનમૂળ મળશે.

જો એકથી વધુ વખત 8 વડે ભાગવા પડે તો જેટલી વખત 8 વડે ભાગવા પડ્યા હોય તેટલી વખત મળેલ સંખ્યાના ઘનમૂળને 2 વડે ગુણવાથી આપેલ સંખ્યાનું ઘનમૂળ મળશે.

ઉદાહરણ 7 : 111980168નું ઘનમૂળ શોધો.

અહીં એકમનો અંક 8 યુગ્મ અંક છે માટે 8 વડે ભાગીશું. જેથી એકમનો અંક અયુગ્મ મળે.

$111980168 \div 8 = 13997521$

હવે, 13997521નું ઘનમૂળ શોધીશું.

$13997521 \longrightarrow 1$

$-\quad 1$

1399752

$3 \times 1^2 = 3$

$3 \times \underset{\rule{0pt}{0pt}}{4} = 12 \longrightarrow 4$

13, 997, 521

$13 > 8$

$13 > 2^3 \longrightarrow 2$

$\therefore$ 13997521નું ઘનમૂળ 241 છે.

$\therefore$ 111980168નું ઘનમૂળ $= 241 \times 2$

$= 482$

માત્ર જાણકારી માટે

આપેલ સંખ્યાનો એકમનો અંક 5 હોય, તો સંખ્યાને જરૂર પડે તેટલી વખત 125 વડે ભાગીને એકમનો અંક અયુગ્મ મેળવીને મળેલ સંખ્યાનું ઘનમૂળ શોધીને જેટલી વખત 125 વડે ભાગ્યા હોય તેટલી વખત 5 વડે ગુણવાથી આપેલ સંખ્યાનું ઘનમૂળ મળશે.

મહાવરો

નીચેની સંખ્યાઓનું ઘનમૂળ શોધો :

(1) 10648

(2) 68921

(3) 157464

(4) 912673

(5) 438976

(6) 2146689

(7) 318611987

(8) 41781923

(9) 193100552

(10) 41421736

ઉત્તર

(1) 22

(2) 41

(3) 54

(4) 97

(5) 76

(6) 129

(7) 683

(8) 347

(9) 578

(10) 346

2

ગુ.સા.અ. અને લ.સા.અ.

E5S2X4

ધોરણ 6માં આપણે ગુ.સા.અ. અને લ.સા.અ. શોધતાં શીખ્યાં છીએ. હવે, મોટી સંખ્યાઓના ગુ.સા.અ. અને લ.સા.અ. મેળવતાં શીખીશું.

આ પ્રકરણમાં આગળ વધતાં પહેલાં નીચેની બાબતો ધ્યાનમાં લઈશું :

	ગુ.સા.અ.	લ.સા.અ.
વ્યાખ્યા	બે કે બેથી વધુ સંખ્યાઓનાં અવયવોમાં સૌથી મોટો સામાન્ય અવયવ તે સંખ્યાઓનો ગુરુત્તમ (મહત્તમ) સામાન્ય અવયવ (ગુ.સા.અ.) કહેવાય છે.	બે કે તેથી વધુ સંખ્યાઓની અવયવીઓમાંથી સામાન્ય હોય તેવી સૌથી નાનામાં નાની અવયવીને આપેલ સંખ્યાઓની લઘુતમ સામાન્ય અવયવી (લ.સા.અ.) કહેવાય છે.
	ગુ.સા.અ. એ આપેલ બે (કે વધુ) સંખ્યાઓને નિ:શેષ ભાગી શકાય તેવી મોટામાં મોટી સંખ્યા છે.	લ.સા.અ. એ આપેલ બે (કે વધુ) સંખ્યાઓ વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય તેવી નાનામાં નાની સંખ્યા છે.
ઉદાહરણ 1	12 અને 15નો ગુ.સા.અ. 3 છે. $12 = 2 \times 2 \times 3$ $15 = 3 \times 5$ ગુ.સા.અ. (12, 15) = 3	12 અને 15નો લ.સા.અ. 60 છે. $12 = 2 \times 2 \times 3$ $15 = 3 \times 5$ લ.સા.અ.(12, 15) $= 2 \times 2 \times 3 \times 5$ $= 60$
	જો એક સંખ્યા બીજી સંખ્યાનો અવયવ હોય તો, નાની સંખ્યા આપેલ બંને સંખ્યાઓનો ગુ.સા.અ. થાય.	જો એક સંખ્યા બીજી સંખ્યાનો અવયવ હોય તો, મોટી સંખ્યા આપેલ બંને સંખ્યાઓનો લ.સા.અ. થાય.
ઉદાહરણ 2	15 અને 5નો ગુ.સા.અ. 5 છે.	15 અને 5નો લ.સા.અ. 15 છે.
	બે અવિભાજ્ય અથવા પરસ્પર અવિભાજ્ય સંખ્યાઓનો ગુ.સા.અ. 1 છે.	બે અવિભાજ્ય સંખ્યાઓનો લ.સા.અ. તે બે સંખ્યાઓના ગુણાકાર જેટલો છે.
ઉદાહરણ 3	3 અને 7નો ગુ.સા.અ. 1 છે. 8 અને 9નો ગુ.સા.અ. 1 છે.	3 અને 7નો લ.સા.અ. 21 છે. 8 અને 9નો લ.સા.અ. 72 છે.

વૈદિક ગણિતની રીતે ગુ.સા.અ. :

આ પદ્ધતિમાં બે સંખ્યાઓ વચ્ચેનું અંતર (બાદબાકી) શોધીને કે સરવાળો કરીને ગુ.સા.અ. કરી શકાય છે.

ગુ.સા.અ. શોધવા માટે વપરાતું વૈદિક ગણિતનું સૂત્ર : संकलन व्यवकलनाभ्याम्

સૂત્રનો અર્થ : સરવાળા-બાદબાકી દ્વારા

ઉદાહરણ 1 : 290 અને 464 નો ગુ.સા.અ. શોધો.

પ્રથમ અંતર : 464 – 290 = 174

પગલું 1 : મોટી સંખ્યા (464)માંથી નાની સંખ્યા (290) બાદ કરવી.

બીજું અંતર : 290 – 174(1) = 116

પગલું 2 : બાદબાકી કર્યા પછી મળેલ 174ની મહત્તમ ગુણિત સંખ્યા ($174 \times 1 = 174$) કે જે 290થી નાની હોય, તેને ઉદાહરણમાં આપેલી નાની સંખ્યા 290માંથી બાદ કરવી.

સંખ્યા ($174 \times 1 = 174$)ને રકમમાં આપેલ નાની સંખ્યામાંથી બાદ કરવી.

ત્રીજુ અંતર : 174 – 116(1) = 58

પગલું 3 : (પ્રથમ અંતર) – (પ્રથમ અંતરથી નાની બીજા અંતરની મહત્તમ ગુણિત સંખ્યા)

ચોથું અંતર : 116 – 58(2) = 0

પગલું 4 : (બીજું અંતર) – (બીજા અંતરથી નાની ત્રીજા અંતરની મહત્તમ ગુણિત સંખ્યા)

આથી, 290 અને 464નો ગુ.સા.અ. 58 છે.

પગલું 5 : ચોથું અંતર '0' મળે છે. આથી ત્રીજું અંતર (58) જવાબ છે.

ઉદાહરણ 2 : 6834 અને 6700નો ગુ.સા.અ. શોધો.

પ્રથમ અંતર : 6834 – 6700 = 134

બીજું અંતર : 6700 – 134(50) = 0

આથી, 6834 અને 6700નો ગુ.સા.અ. 134 છે.

ઉદાહરણ 3 : 238 અને 255નો ગુ.સા.અ. શોધો.

પ્રથમ અંતર : 255 – 238 = 17

બીજું અંતર : 238 – 17(14) = 0

આથી, 238 અને 255નો ગુ.સા.અ. 17 છે.

ઉદાહરણ 4 : 3025 અને 2160નો ગુ.સા.અ. શોધો.

પ્રથમ અંતર : 3025 – 2160 = 865

બીજું અંતર : 2160 – 865(2) = 2160 – 1730 = 430

ત્રીજું અંતર : 865 – 430(2) = 865 – 860 = 5

ચોથું અંતર : 430 – 5(86) = 430 – 430 = 0

$\therefore$ ગુ.સા.અ. = ત્રીજું અંતર = 5

વૈદિક ગણિતની રીતે લ.સા.અ.

કોઈ પણ બે સંખ્યાઓ x અને yનો લ.સા.અ. મેળવવા $\frac{x}{y}$નું અતિસંક્ષિપ્ત રૂપ મેળવવું. ત્યાર બાદ ચોકડી ગુણાકાર કરવાથી લ.સા.અ. મળે.

લ.સા.અ. શોધવા માટે વૈદિક ગણિતનું સૂત્ર : आनुरूप्येण

સૂત્રનો અર્થ : અનુરૂપતા દ્વારા

ઉદાહરણ 5 : 1331 તથા 242નો લ.સા.અ. શોધો.

$$\frac{1331}{242} = \frac{11 \times 11 \times 11}{11 \times 11 \times 2} = \frac{11}{2}$$

પગલું 1 : 1331 અને 242ને અતિસંક્ષિપ્ત રૂપે લખતાં

$$\frac{1331}{242} = \frac{11}{2}$$

પગલું 2 : ચોકડી ગુણાકાર 11 × 242 અથવા 1331 × 2 કરતાં.

લ.સા.અ. = 1331 × 2 અથવા 11 × 242

લ.સા.અ. = 2662

આમ, 1331 તથા 242નો લ.સા.અ. 2662 થાય.

ઉદાહરણ 6 : 162, 462 તથા 3465નો લ.સા.અ. શોધો.

$$\frac{3465}{462} = \frac{3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11}{2 \times 3 \times 7 \times 11} = \frac{15}{2}$$

પગલું 1 : સૌપ્રથમ 3465 અને 462નો લ.સા.અ. શોધો.

$$\frac{3465}{462} = \frac{15}{2}$$

પગલું 2 : હવે 6930 અને 162નો લ.સા.અ. શોધો.

લ.સા.અ. = 3465 × 2

લ.સા.અ. = 6930

જે આપેલી ત્રણેય સંખ્યાઓનો લ.સા.અ. થાય.

આમ, 3465 અને 462નો લ.સા.અ. 6930 થાય.

$$\frac{6930}{162} = \frac{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11}{2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{385}{9}$$

$$\frac{6930}{162} = \frac{385}{9}$$

લ.સા.અ. = 6930 × 9

લ.સા.અ. = 62,370

આમ, 3465, 462 અને 162નો લ.સા.અ. 62,370 થાય.

લ.સા.અ. અને ગુ.સા.અ. આધારિત વ્યાવહારિક પ્રશ્નો :

ઉદાહરણ 7 :

સુશીલ પાસે ₹ 1, ₹ 2 તથા ₹ 5ના ક્રમશઃ 6700, 150 તથા 6800 સિક્કાઓ છે. આ ત્રણેય પ્રકારની સિક્કાઓની અલગ અલગ એવી થપ્પીઓ બનાવવાની છે કે જેથી દરેક થપ્પીમાં એકસરખા સિક્કાઓ સમાન સંખ્યામાં હોય, તો એક થપ્પીમાં સુશીલ મહત્તમ કેટલા સિક્કાઓ મૂકી શકે ?

અહીં ત્રણેય પ્રકારની સિક્કાઓની અલગ અલગ એવી થપ્પીઓ બનાવવાની છે કે જેથી મહત્તમ સરખી સંખ્યામાં એકસમાન સિક્કાઓ દરેક થપ્પીમાં મૂકી શકાય.

આથી, અહીં 6700, 150 તથા 6800નો ગુ.સા.અ. શોધવો પડે.

સૌપ્રથમ બે મોટી સંખ્યાઓ 6700 અને 6800નો ગુ.સા.અ. શોધીશું.

પ્રથમ અંતર : 6800 – 6700 = 100

બીજું અંતર : 6700 - 100 (67) = 6700 - 6700 = 0

આથી 6800 અને 6700નો ગુ.સા.અ. 100 છે.

હવે, 100 અને 150નો ગુ.સા.અ. શોધીશું.

પ્રથમ અંતર : 150 – 100 = 50

બીજું અંતર : 100 - 50(2) = 100 – 100 = 0

આથી, 150 અને 100નો ગુ.સા.અ. 50 છે.

આમ, 6700, 150 તથા 6800નો ગુ.સા.અ. 50 છે.

આમ, સુશીલ એક થપ્પીમાં મહત્તમ 50 સિક્કાઓ મૂકી શકે.

ઉદાહરણ 8 :

A, B અને C ત્રણ પ્રિન્ટર્સ છે. પ્રિન્ટર A દર 10 મિનિટ 10 સેકન્ડે બીપ કરે છે. પ્રિન્ટર B દર 12 મિનિટ 12 સેકન્ડે બીપ કરે છે. પ્રિન્ટર C દર 5 મિનિટ 5 સેકન્ડે બીપ કરે છે. જો સવારે 6:00 વાગ્યે ત્રણેય પ્રિન્ટર્સ એકસાથે બીપ કરે છે, તો કયા સમયે ફરી પાછા એકસાથે બીપ કરશે?

અહીં ત્રણેય પ્રિન્ટર્સનો ફરીથી એકસાથે બીપ કરવાનો સમય શોધવા માટે 10 મિનિટ 10 સેકન્ડે, 12 મિનિટ 12 સેકન્ડે તથા 5 મિનિટ 5 સેકન્ડનો લ.સા.અ. શોધવો પડે.

આ માટે, સમયને સેકન્ડમાં ફેરવવો પડે. (1 મિનિટ = 60 સેકન્ડ)

10 મિનિટ 10 સેકન્ડ = $(10 \times 60) + 10 = 610$ સેકન્ડ

12 મિનિટ 12 સેકન્ડ = $(12 \times 60) + 12 = 732$ સેકન્ડ

5 મિનિટ 5 સેકન્ડ = $(5 \times 60) + 5 = 305$ સેકન્ડ

હવે, 610, 732 અને 305નો લ.સા.અ. શોધવો પડે.

સૌપ્રથમ બે મોટી સંખ્યાઓ 732 અને 610નો લ.સા.અ. શોધતા,

$$\frac{732}{610} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 61}{2 \times 5 \times 61} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{732}{610} = \frac{6}{5}$$

લ.સા.અ. = 610×6

લ.સા.અ. = 3660

732 અને 610નો લ.સા.અ. 3660 થાય.

હવે, 3660 અને 305નો લ.સા.અ. શોધવો પડે.

$$\frac{3660}{305} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 61}{5 \times 61} = \frac{12}{1}$$

$$\frac{3660}{305} = \frac{12}{1}$$

લ.સા.અ. = 3660×1

લ.સા.અ. = 3660

3660 અને 305નો લ.સા.અ. 3660 થાય.

આમ, 732, 610 અને 305નો લ.સા.અ. 3660 થાય.

આનો અર્થ થાય છે કે, સવારે 6:00 વાગ્યે એકવાર એકસાથે બીપ કર્યા પછી 3660 સેકન્ડ પછી ત્રણેય પ્રિન્ટર્સ એકસાથે ફરી બીપ કરશે.

$$3660 \text{ સેકન્ડ} = \frac{3660}{60} \text{ મિનિટ} = 61 \text{ મિનિટ}$$

આથી, ત્રણેય પ્રિન્ટર્સ સવારે 6:00 વાગ્યા પછી 61 મિનિટ પછી એટલે કે સવારે 7:01 વાગ્યે ફરી એકસાથે બીપ કરશે.

મહાવરો

1. નીચે આપેલી સંખ્યાઓના ગુ.સા.અ. શોધો :

(1) 1620 અને 1260

(2) 3024 અને 4752

(3) 432, 504 અને 936

2. નીચે આપેલી સંખ્યાઓના લ.સા.અ. શોધો :

(1) 1620 અને 1260

(2) 3024 અને 4752

(3) 432, 504 અને 936

3. એક ટ્રાફિક સિગ્નલ પર લાલ લાઇટ દર 4 મિનિટ 10 સેકન્ડે ઝબૂકે છે, લીલી લાઇટ દર 5 મિનિટ 15 સેકન્ડે ઝબૂકે છે અને પીળી લાઇટ દર 3 મિનિટ 30 સેકન્ડે ઝબૂકે છે. જો અત્યારે ત્રણેય લાઇટ એકસાથે ઝબૂકી હોય, તો કેટલા સમય પછી આ ત્રણેય લાઇટ એકસાથે ફરી ઝબૂકશે ?

4. લલિતા પાસે 361 ગુલાબનાં ફૂલ છે અને 380 મોગરાનાં ફૂલ છે. જો લલિતા એકસરખી સંખ્યામાં એક સમાન ફૂલોવાળા પુષ્પગુચ્છ તૈયાર કરવા માંગતી હોય, તો વધુમાં વધુ કેટલાં ફૂલો એક પુષ્પગુચ્છમાં મૂકી શકે ? (**નોંધ :** એક પુષ્પગુચ્છમાં માત્ર એક જ પ્રકારનાં ફૂલો હોય.)

ઉત્તર

1. નીચે આપેલી સંખ્યાઓના ગુ.સા.અ. શોધો :

(1) 180 (2) 432 (3) 72

2. નીચે આપેલી સંખ્યાઓના લ.સા.અ. શોધો :

(1) 11,340 (2) 33,264 (3) 39,312

3. 15,750

4. 19

3

બહુપદીઓના ભાગાકાર

M7N8A3

બહુપદીઓના ભાગાકાર વૈદિક ગણિતના સૂત્ર परावर्त्य योजयेत् મુજબ થાય છે. આ સૂત્રના પ્રયોગથી ધોરણ 9માં આપણે દ્વિઘાત કે ત્રિઘાત બહુપદીનો એકઘાતી બહુપદી વડે ભાગાકાર શીખી ગયાં છીએ. હવે આપણે ત્રિઘાત કે ચતુષ્ઘાતી બહુપદીનો દ્વિઘાત બહુપદી વડે ભાગાકાર સરળતાથી અને ઝડપથી કરવાનું શીખીશું.

સૂત્ર : 'परावर्त्य योजयेत्'

અર્થ : પક્ષાંતર કરી ઉપયોગ કરો.

પક્ષાંતરના નિયમ મુજબ ભાજક બહુપદીના ચિહ્નનું પરિવર્તન થાય છે. એટલે કે ધન ચિહ્ન ઋણ બની જાય છે અને ઋણ ચિહ્ન ધન બની જાય છે. આપણે ઉદાહરણ દ્વારા સમજીએ.

ઉદાહરણ 1 : $x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5$ને $x^2 - x + 1$ વડે ભાગો.

અહીં ભાજક બહુપદી $x^2 - x + 1$માં x ના સહગુણક -1 માટે તેની વિરોધી સંખ્યા 1 થશે. જ્યારે બીજા અચળપદ $+1$ની વિરોધી સંખ્યા -1 થશે. એટલે કે, ભાજક ખંડમાં $+1$, -1 લખીશું.

ભાજક બહુપદી દ્વિઘાત છે માટે ભાજ્ય બહુપદીના અંતિમ બે પદોના સહગુણકોને શેષખંડમાં અને આગળનાં પદોના સહગુણકોને ભાજ્ય ખંડમાં લખીશું.

ભાજક ખંડ	ભાજ્ય ખંડ			શેષ ખંડ	
પરાવર્ત્ય અંકો +1, –1	1	–2	+3	+4	+5
	↓	+1	–1		
			–1	+1	
				+1	–1
ભાગફળ	1	–1	+1	+6	+4

∴ ભાગફળ = $x^2 - x + 1$

∴ શેષ = $6x + 4$

સમજૂતી :

- ભાજક ખંડમાં +1, –1, ભાજ્ય બહુપદીના સહગુણકો 1, –2 અને +3ને ભાજ્ય ખંડમાં તથા +4 અને + 5ને શેષખંડમાં લખતાં.
- ભાજક બહુપદીના પ્રથમ પદ સિવાયનાં બે પદોના સહગુણકો –1 અને +1ની વિરોધી સંખ્યા +1 અને –1ને પરાવર્ત્ય સંખ્યા (અંકો) તરીકે ભાજક ખંડમાં લખતાં.
- ભાજ્ય ખંડના પ્રથમ સહગુણક 1ને ભાગફળના પ્રથમ અંક તરીકે લખતાં.
- ભાગફળમાં મળેલી પ્રથમ સંખ્યા 1 સાથે પરાવર્ત્ય સંખ્યા (અંકો) +1 અને –1 વડે ગુણી –2 અને +3ની નીચે મૂકી સરવાળો કરતાં. (–2) + (+1) = –1 મળે, જેને ભાગફળના દ્વિતીય અંક તરીકે લખતાં.
- ભાગફળના દ્વિતીય અંક –1ને પરાવર્ત્ય સંખ્યા +1 અને –1 વડે ગુણી ભાજ્ય ખંડના તૃતીય સહગુણક –1ની નીચે તથા શેષખંડના +4ની નીચે મૂકતાં.

- તૃતીય સહગુણકોનો સરવાળો કરતાં +3 +(–1) + (–1) = +1 જે ભાગફળનો તૃતીય અંક થાય.
- ભાગફળના તૃતીય અંક +1ને પરાવર્ત્ય સંખ્યા (અંકો) +1 અને –1 વડે ગુણી શેષખંડના +1 અને +5ની નીચે મૂકતાં.
- શેષખંડમાં + 4 + 1 + 1 = +6 તથા + 5 + (–1) = +4 મળશે.
- ભાગફળના ખંડમાં 1, –1, 1 છે માટે ભાગફળ બહુપદીમાં x^2નો સહગુણક 1, ઊતરતાં ઘાતના ક્રમ મુજબ x નો સહગુણક –1 અને અચળ પદ 1 થશે.

આમ, ભાગફળ = $x^2 - x + 1$ અને શેષ = $6x + 4$ થશે.

ઉદાહરણ 2 : $2x^4 - 3x^2 - 5x + 2$ ને $x^2 + 1$ વડે ભાગો.

અહીં ભાજ્ય બહુપદી $2x^4 + 0x^3 - 3x^2 - 5x + 2$ અને ભાજક બહુપદી $x^2 + 1 = x^2 + 0x + 1$

- પરાવર્ત્ય અંકો 0 અને 1ની વિરોધી સંખ્યાઓ 0 અને –1 થશે.

ભાજક ખંડ	ભાજ્ય ખંડ			શેષ ખંડ	
પરાવર્ત્ય અંકો 0, –1	2	0	–3	–5	+2
		0	–2		
			0	0	
			0	0	+5
ભાગફળ	2	0	–5	–5	+7

∴ ભાગફળ = $2x^2 + 0x - 5 = 2x^2 - 5$

શેષ = $-5x + 7$

ઉદાહરણ 3 : $2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 6x - 2$ ને $x^2 - 2$ વડે ભાગો.

અહીં ભાજ્ય બહુપદી : $x^2 - 2 = x^2 + 0x - 2$ થશે.

પરાવર્ત્ય અંકો : 0 અને –2 ની વિરોધી સંખ્યાઓ 0 અને +2 થશે.

ભાજક ખંડ	ભાજ્ય ખંડ			શેષ ખંડ	
પરાવર્ત્ય અંકો 0, + 2	2	–3	–3	+6	–2
		0	+4		
			0	–6	
				0	+2
ભાગફળ	2	–3	+1	0	0

ભાગફળ = $2x^2 - 3x + 1$

શેષ = 0

ઉદાહરણ 4 : $3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5$ ને $3x^2 - 5$ વડે ભાગો.

અહીં, ભાજક બહુપદી $3x^2 - 5 = 3x^2 + 0x - 5$ થશે.

પરાવર્ત્યની રીતે ભાગાકાર કરવા માટે દ્વિઘાત પદ x^2નો સહગુણક 1 હોવો જરૂરી છે. માટે અહીં, ભાજક બહુપદીને 3 વડે ભાગતાં.

$x^2 + \frac{0x}{3} - \frac{5}{3}$ થશે. તેથી પરાવર્ત્ય અંકો $\frac{0}{3}$ અને $\left(\frac{-5}{3}\right)$ની વિરોધી સંખ્યા 0 અને $\left(+\frac{5}{3}\right)$ થશે.

ભાજક ખંડ	ભાજ્ય ખંડ			શેષ ખંડ	
પરાવર્ત્ય અંકો 0, $+\frac{5}{3}$	3	+6	–2	–10	–5
		0	+5		
			0	+10	
	↓			0	+5
ભાગફળ	3	+6	+3	0	0
	$\frac{3}{3}$	$+\frac{6}{3}$	$\frac{3}{3}$		
	=1	+2	+1		

ભાજક બહુપદી 3 વડે પરાવર્ત્ય અંકો મેળવેલ હોવાથી અહીં ભાગફળ બહુપદીના સહગુણકોને 3 વડે ભાગવા જરૂરી બનશે.

$\therefore$ ભાગફળ $= x^2 + 2x + 1$, શેષ $= 0$

મહાવરો

નીચેના પ્રત્યેકમાં ભાગફળ અને શેષ મેળવો :

(1) $(2x^3 - 7x^2 + x + 10) \div (x^2 - x - 2)$

(2) $(2y^4 - y^3 + 5y - 6) \div (y^2 - y + 2)$

(3) $(x^4 - 4x^2 + 4) \div (x^2 + 1)$

(4) $(a^4 + a^3 + a^2 + 2) \div (a^2 - a + 1)$

ઉત્તર

(1) ભાગફળ $= 2x - 5$, શેષ $= 0$

(2) ભાગફળ $= 2y^2 + y - 3$, શેષ $= 0$

(3) ભાગફળ $= x^2 - 5$, શેષ $= 9$

(4) ભાગફળ $= a^2 + 2a + 2$, શેષ $= 0$

4

દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ યુગ્મનો ઉકેલ

I1T6I9

જે સમીકરણોમાં બે અજ્ઞાત સંખ્યાઓ (ચલ) હોય અને તે દરેકનો ઘાત 1 હોય તેને દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ કહે છે. સમીકરણ $ax + by = c$ જ્યાં, a અને b બંને એકસાથે શૂન્ય નથી, એ દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણનું પ્રમાણિત સ્વરૂપ છે.

પ્રચલિત બીજગણિતમાં દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ યુગ્મનો ઉકેલ મેળવવાની ક્રમર પદ્ધતિ વૈદિક ગણિતના સૂત્ર પર આધારિત છે. આ પ્રકરણમાં આપણે દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ યુગ્મનો ઉકેલ મેળવવાની બે રીતો શીખીશું :

1. परावर्त्य સૂત્ર મુજબ દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ યુગ્મનો ઉકેલ

સૂત્ર : 'परावर्त्य योजयेत्'

અર્થ : પક્ષાંતર કરીને ઉપયોગ કરો.

જો $a_1x + b_1y = c_1$

$a_2x + b_2y = c_2$ હોય તો સૂત્ર परावर्त्य योजयेत् દ્વારા

$$x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{b_1a_2 - b_2a_1}, \quad y = \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{b_1a_2 - b_2a_1}$$

જ્યાં, $b_1a_2 - b_2a_1 \neq 0$

ઉદાહરણ 1 : $x + 4y = 3$ અને $3x - 2y = 2$ ઉકેલ મેળવો.

બંને સમીકરણોને $a_1x + b_1y = c_1$ અને $a_2x + b_2y = c_2$ સાથે સરખાવતાં,

$a_1 = 1,\ b_1 = 4,\ c_1 = 3$

$a_2 = 3,\ b_2 = -2,\ c_2 = 2$

$$x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{b_1a_2 - b_2a_1} \quad \text{અને} \quad y = \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{b_1a_2 - b_2a_1}$$

$$x = \frac{4(2) - (-2)(3)}{4(3) - (-2)(1)} \qquad y = \frac{3(3) - 2(1)}{4(3) - (-2)(1)}$$

$$\therefore x = \frac{8 + 6}{12 + 2} \qquad \therefore y = \frac{9 - 2}{12 + 2}$$

$$\therefore x = \frac{14}{14} \qquad \therefore y = \frac{7}{14}$$

$$\therefore x = 1 \qquad \therefore y = \frac{1}{2}$$

સમીકરણ યુગ્મનો ઉકેલ $(x, y) = \left(1, \frac{1}{2}\right)$ છે.

ઉદાહરણ 2 : $2x + 3y = 12$ અને $3x - 5y = -1$ સમીકરણ યુગ્મનો ઉકેલ મેળવો.

બંને સમીકરણોને $a_1x + b_1y = c_1$ અને

$a_2x + b_2y = c_2$ સાથે સરખાવતાં,

$a_1 = 2, \quad b_1 = 3, \quad c_1 = 12$

$a_2 = 3, \quad b_2 = -5, \quad c_2 = -1$

સૂત્ર परावर्त्य योजयेत् દ્વારા

$$x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{b_1a_2 - b_2a_1} \quad \text{અને} \quad y = \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{b_1a_2 - b_2a_1}$$

$$\therefore x = \frac{3(-1)-(-5)(12)}{3(3)-(-5)(2)} \qquad \therefore y = \frac{12(3) - (-1)(2)}{3(3) - (-5)(2)}$$

$$\therefore x = \frac{(-3) + 60}{9 + 10} \qquad \therefore y = \frac{36 + 2}{9 + 10}$$

$$\therefore x = \frac{57}{19} \qquad \therefore y = \frac{38}{19}$$

$$\therefore x = 3 \qquad \therefore y = 2$$

સમીકરણ યુગ્મનો ઉકેલ $(x, y) = (3, 2)$

મહાવરો 1

'परावर्त्य योजयेत्' સૂત્રનો ઉપયોગ કરી પ્રત્યેક સમીકરણ યુગ્મનો ઉકેલ મેળવો :

(1) $2x + 3y = 46$, $3x + 5y = 74$

(2) $8x + 5y = 9$, $3x + 2y = 4$

(3) $5x - 3y = 11$, $6x - 5y = 9$

(4) $2x + 3y = 12$, $3x - 2y = 5$

(5) $x + y = -1$, $3x - 2y = 11$

(6) $2x - y = 6$, $x - y = 6$

2. आनुरुप्येण शून्यमन्यत् સૂત્ર મુજબ દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ યુગ્મનો ઉકેલ

સૂત્ર : आनुरुप्येण शून्यमन्यत्

અર્થ : જો એક (સહગુણક કે પદ) ગુણોત્તરમાં હોય, તો બીજું (સહગુણક કે પદ) શૂન્ય થાય.

જ્યારે દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ યુગ્મની બેમાંથી કોઈ એક ચલ રાશિઓના સહગુણકોનો ગુણોત્તર અને અચળ રાશિઓનો ગુણોત્તર સમાન હોય, તો બીજી ચલ રાશિનું મૂલ્ય શૂન્ય થાય છે અને તે પરથી પ્રથમ ચલ રાશિનું મૂલ્ય મેળવી શકાય છે.

સમીકરણ યુગ્મ $a_1x + b_1y = c_1$ અને $a_2x + b_2y = c_2$ માં

(i) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{c_1}{c_2}$ હોય, તો $y = 0$ થાય.

(ii) $\frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ હોય, તો $x = 0$ થાય.

ઉદાહરણ 3 : સમીકરણ યુગ્મ $6x + 7y = 8$ અને $19x + 14y = 16$નો ઉકેલ મેળવો.

આપેલ સમીકરણ યુગ્મમાં

y ના સહગુણકોનો ગુણોત્તર $\frac{b_1}{b_2} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$ અને

અચળ રાશિઓનો ગુણોત્તર $\frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

અહીં $\frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$, તેથી $x = 0$

કોઈ પણ એક સમીકરણમાં $x = 0$ મૂકતાં,

$6x + 7y = 8$

$\therefore\ 6(0) + 7y = 8$

$\therefore\ 7y = 8$

$\therefore\ y = \frac{8}{7}$

$\therefore$ સમીકરણ યુગ્મનો ઉકેલ $(x, y) = (0, \frac{8}{7})$ છે.

ઉદાહરણ 4 : સમીકરણ યુગ્મનો ઉકેલ મેળવો : $8x - 11y = -40$ અને $-2x + 6y = 10$

આપેલ સમીકરણ યુગ્મમાં

x ના સહગુણકોનો ગુણોત્તર $\frac{a_1}{a_2} = \frac{8}{-2} = -4$ અને

અચળ રાશિઓનો ગુણોત્તર $\frac{c_1}{c_2} = \frac{-40}{10} = -4$

અહીં, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{c_1}{c_2}$, તેથી $y = 0$

$\therefore$ કોઈ પણ એક સમીકરણમાં $y = 0$ મૂકતાં,

$\therefore\ 8x - 11y = -40$

$\therefore\ 8x - 11(0) = -40$

$\therefore\ 8x = -40$

$\therefore\ x = -\frac{40}{8}$

$\therefore\ x = -5$

$\therefore$ સમીકરણ યુગ્મનો ઉકેલ $(x, y) = (-5, 0)$

મહાવરો 2

સૂત્ર 'આનુરુપ્યેણ'થી પ્રત્યેક સમીકરણ યુગ્મનો ઉકેલ મેળવો :

(1) $5x + 4y = 9$

$8x + 12y = 27$

(2) $2x + 7y = 1$

$6x - 2y = 3$

(3) $17x - 88y = 17$

$13x + 77y = 13$

(4) $9x - 24y = 28$

$13x + 42y = -49$

ઉત્તર

મહાવરો 1

(1) $(x, y) = (8, 10)$

(2) $(x, y) = (-2, 5)$

(3) $(x, y) = (4, 3)$

(4) $(x, y) = (3, 2)$

(5) $(x, y) = \left(\frac{9}{5}, -\frac{14}{5}\right)$

(6) $(x, y) = (0, -6)$

મહાવરો 2

(1) $(x, y) = \left(0, \frac{9}{4}\right)$

(2) $(x, y) = \left(\frac{1}{2}, 0\right)$

(3) $(x, y) = (1, 0)$

(4) $(x, y) = \left(0, \frac{-7}{6}\right)$

5

દ્વિઘાત સમીકરણનો ઉકેલ

N4J4P9

વૈદિક ગણિતમાં સમીકરણનો ઉકેલ મેળવવા માટે શાબ્દિક સૂત્રો અને ઉપસૂત્રોનો ઉપયોગ થાય છે.

દ્વિઘાત સમીકરણનો ઉકેલ **'शून्यं साम्यसमुच्चये'** સૂત્રથી મેળવી શકાય છે.

સૂત્ર : 'शून्यं साम्यसमुच्चये'

અર્થ : 'જ્યારે **સમુચ્ચયે** એટલે કે સમૂહ કે ગણ એકસમાન હોય, ત્યારે કે ગણનું મૂલ્ય શૂન્ય થાય.'

ધોરણ 9માં સમાન સમૂહના છ અર્થ અને તેના અનુપ્રયોગ પૈકી પ્રથમ, દ્વિતીય, તૃતીય, ચતુર્થ અને છઠ્ઠા એમ પાંચ અર્થ અને તેના અનુપ્રયોગથી આપણે દ્વિઘાત સમીકરણનો ઉકેલ શોધતાં શીખી ગયાં છીએ.

હવે, અહીં સમાન સમૂહના પાંચમા અર્થ અને તેના અનુપ્રયોગથી દ્વિઘાત સમીકરણનો ઉકેલ મેળવતાં શીખીશું.

$\dfrac{ax+b}{cx+d} = \dfrac{ex+f}{px+q}$ સ્વરૂપના દ્વિઘાત સમીકરણનો પ્રથમ ઉકેલ

$\dfrac{ax+b}{cx+d} = \dfrac{ex+f}{px+q}$ ના સમાન શૂન્ય તરીકે બંને અંશોનો સરવાળો અને બંને છેદનો સરવાળો સમાન સમૂહ બને, તો તે સમૂહનું મૂલ્ય શૂન્ય લઈને સમીકરણનો એક ઉકેલ મેળવી શકાય છે.

બંને બાજુના અંશ અને છેદના તફાવત સ્વરૂપે વિરોધી સમૂહો મળશે. જેનું મૂલ્ય શૂન્ય લઈને દ્વિઘાત સમીકરણનો બીજો ઉકેલ મેળવી શકાય છે.

ઉદાહરણ 1 : $\dfrac{16x-3}{7x+7} = \dfrac{2x-15}{11x-25}$ નો 'शून्यं साम्यसमुच्चये' સૂત્ર દ્વારા ઉકેલ મેળવો.

પ્રથમ ઉકેલ :

અંશોનો સરવાળો $= (16x - 3) + (2x - 15)$

$= 16x - 3 + 2x - 15$

$= 18x - 18$ ...(1)

છેદોનો સરવાળો $= (7x + 7) + (11x - 25)$

$= 7x + 7 + 11x - 25$

$= 18x - 18$ ...(2)

પરિણામ (1) અને (2) સમાન છે.

$\therefore\ 18x - 18 = 0$

$\therefore\ 18x = 18$

$\therefore\ x = \dfrac{18}{18}$

$\boxed{\therefore\ x = 1}$

બીજો ઉકેલ :

પ્રથમ અંશ અને છેદનો તફાવત $= (16x - 3) - (7x + 7)$

$= 16x - 7x - 3 - 7$

$= 9x - 10$ ...(3)

દ્વિતીય અંશ અને છેદનો તફાવત $= (2x - 15) - (11x - 25)$

$= 2x - 15 - 11x + 25$

$= -9x + 10$

પરિણામ (3) અને (4) પરસ્પર વિરોધી છે.

$9x - 10 = 0$ અથવા $-9x + 10 = 0$

$\therefore\ 9x = 10$ અથવા $9x = 10$

$\therefore\ x = \frac{10}{9}$

$\therefore$ સમીકરણના બે ઉકેલ મળે છે.

$x = 1$ અને $x = \frac{10}{9}$

ઉદાહરણ 2 : $\frac{3x+4}{6x+7} = \frac{5x+6}{2x+3}$ નો ઉકેલ 'शून्यं साम्यसमुच्चये'ની રીતે શોધો.

પ્રથમ ઉકેલ :

અંશોનો સરવાળો $= (3x + 4) + (5x + 6)$

$= 3x + 5x + 4 + 6$

$= 8x + 10$ ...(1)

છેદોનો સરવાળો $= (6x + 7) + (2x + 3)$

$= 6x + 2x + 7 + 3$

$= 8x + 10$ ...(2)

પરિણામ (1) અને (2) સમાન છે.

$8x + 10 = 0$

$\therefore\ 8x = -10$

$\therefore\ x = -\frac{10}{8}$

$\therefore\ x = -\frac{5}{4}$

બીજો ઉકેલ :

પ્રથમ અંશ અને છેદનો તફાવત $= (3x + 4) - (6x + 7)$

$= 3x - 6x + 4 - 7$

$= -3x - 3$ ...(3)

દ્વિતીય અંશ અને છેદનો તફાવત

$$= (5x + 6) - (2x + 3)$$

$$= 5x - 2x + 6 - 3$$

$$= 3x + 3 \qquad ...(4)$$

પરિણામ (3) અને (4) વિરોધી હોવાથી,

$$3x + 3 = 0 \quad \therefore \quad 3x = -3$$

$$\therefore \quad x = \frac{-3}{3}$$

$$\therefore \quad x = -1$$

$\therefore$ સમીકરણના બે ઉકેલ

$$x = -\frac{5}{4} \quad \text{અને} \quad x = -1$$

ઉદાહરણ 3 : $\frac{2x+3}{2x+5} = \frac{2x+5}{2x+3}$ નો ઉકેલ 'शून्यं साम्यसमुच्चये' સૂત્રની રીતે શોધો.

પ્રથમ ઉકેલ :

$$\text{અંશોનો સરવાળો} = (2x + 3) + (2x + 5)$$

$$= 2x + 3 + 2x + 5$$

$$= 4x + 8 \qquad ...(1)$$

$$\text{છેદોનો સરવાળો} = (2x + 5) + (2x + 3)$$

$$= 2x + 5 + 2x + 3$$

$$= 4x + 8 \qquad ...(2)$$

પરિણામ (1) અને (2) સમાન છે.

$$\therefore \ 4x + 8 = 0 \quad \therefore \quad 4x = -8$$

$$\therefore \quad x = -\frac{8}{4}$$

$$\therefore \quad x = -2$$

બીજો ઉકેલ :

$$\text{પ્રથમ અંશ અને છેદનો તફાવત} = (2x + 3) - (2x + 5)$$

$$= 2x - 2x + 3 - 5$$

$$= 0 - 2$$

$$= -2$$

અહીં x વાળું પદ રહેતું નથી માટે સમીકરણનું બીજું બીજ મેળવું અશક્ય છે.

આમ, સમીકરણનો એક જ ઉકેલ $x = -2$ મળશે.

ઉદાહરણ 4 : $\dfrac{3x+5}{3x+4} = \dfrac{3x+6}{3x+7}$ નો ઉકેલ 'शून्यं साम्यसमुच्चये' સૂત્રની મદદથી મેળવો.

પ્રથમ ઉકેલ :

અંશોનો સરવાળો $= (3x + 5) + (3x + 6)$

$= 3x + 5 + 3x + 6$

$= 6x + 11$ ...(1)

છેદોનો સરવાળો $= (3x + 4) + (3x + 7)$

$= 3x + 4 + 3x + 7$

$= 6x + 11$ ...(2)

પરિણામ (1) અને (2) સમાન છે.

$\therefore \quad 6x + 11 = 0$

$\therefore \quad 6x = -11$

$\therefore \quad x = -\dfrac{11}{6}$

બીજો ઉકેલ :

પ્રથમ અંશ અને છેદનો તફાવત

$= (3x + 5) - (3x + 4)$

$= 3x - 3x + 5 - 4$

$= 1$

અહીં, x વાળું પદ રહેતું નથી માટે સમીકરણનું બીજું બીજ મળવું અશક્ય છે.

માટે આ સમીકરણનો એક જ ઉકેલ $x = -\dfrac{11}{6}$ મળશે.

મહાવરો

'शून्यं साम्यसमुच्चये' સૂત્રના ઉપયોગ દ્વારા સમીકરણોનો ઉકેલ મેળવો.

(1) $\dfrac{7x+5}{9x-5} = \dfrac{9x+7}{7x+17}$

(2) $\dfrac{7x-9}{2x-9} = \dfrac{9x+7}{14x+7}$

(3) $\dfrac{3x+13}{3x+8} = \dfrac{3x+5}{3x+10}$

(4) $\dfrac{11x-1}{-6x+1} = \dfrac{3x-6}{20x-8}$

(5) $\dfrac{4x+5}{7x+3} = \dfrac{5x+7}{2x+9}$

(6) $\dfrac{6x+11}{11x+6} = \dfrac{11x+6}{6x+11}$

ઉત્તર

(1) $x = -\dfrac{3}{4}, 5$ (2) $x = 0, \dfrac{1}{8}$ (3) $x = -3$

(4) $x = \dfrac{1}{2}, \dfrac{2}{17}$ (5) $x = -\dfrac{4}{3}, \dfrac{2}{3}$ (6) $x = -1, 1$

6

अन्त्ययोरेव સૂત્રથી સમીકરણના ઉકેલ

Q9P5Z6

ધોરણ 9માં આપણે સરળ સમીકરણોના ઉકેલ મેળવવાનું શીખ્યા બાદ હવે આપણે વૈદિક ગણિતની રીતે વિશિષ્ટ પ્રકારનાં સમીકરણોનો ઉકેલ મેળવતાં શીખીશું.

વૈદિક ગણિતમાં સમીકરણનું અવલોકન કરીને **'अन्त्ययोरेव'** સૂત્રના ઉપયોગથી સમીકરણનું સંક્ષિપ્ત સ્વરૂપ મળે છે જેનાથી સમીકરણના ઉકેલ મેળવવા ઝડપી અને સરળ બને છે.

અહીંયાં આપણે **'अन्त्ययोरेव'** સૂત્ર મુજબ વિશિષ્ટ પ્રકારનાં સમીકરણોના ઉકેલ મેળવીશું.

સૂત્ર : 'अन्त्ययोरेव'

અર્થ : ફક્ત અંતિમ દ્વારા

સમીકરણમાં ડાબી બાજુના અંશ અને છેદમાં રહેલા દ્વિઘાત બહુપદીનાં પ્રથમ બે પદોનો ગુણોત્તર અને જમણી બાજુ રહેલા અંશ અને છેદના ગુણોત્તર સમાન હોય ત્યારે આ સૂત્રનો ઉપયોગ થાય છે અને સમીકરણનો ઉકેલ અંતિમ પદ દ્વારા મેળવી શકાય છે.

જો $\dfrac{ax^2+bx+c}{px^2+qx+r} = \dfrac{ax+b}{px+q}$ હોય, તો $\dfrac{ax+b}{px+q} = \dfrac{c}{r}$ થાય.

સૂત્રની તારવણી :

$$\frac{ax^2+bx+c}{px^2+qx+r} = \frac{ax+b}{px+q}$$

$$\therefore \quad \frac{x(ax+b)+c}{x(px+q)+r} = \frac{ax+b}{px+q}$$

$$\therefore \quad x(ax+b)(px+q) + c(px+q) = x(px+q)(ax+b) + r(ax+b)$$

$$\therefore \quad c(px+q) = r(ax+b)$$

$$\therefore \quad \frac{c}{r} = \frac{ax+b}{px+q}$$

$$\therefore \quad \frac{ax+b}{px+q} = \frac{c}{r}$$

હવે આપણે ઉદાહરણના માધ્યમથી 'अन्त्ययोरेव' સૂત્ર મુજબ સમીકરણનો ઉકેલ મેળવીશું.

ઉદાહરણ 1 : સમીકરણનો ઉકેલ મેળવો : $\dfrac{3x^2-2x-2}{6x^2-5x-2} = \dfrac{3x-2}{6x-5}$

$$\frac{3x^2-2x-2}{6x^2-5x-2} = \frac{3x-2}{6x-5}$$

$$\therefore \frac{x(3x-2)-2}{x(6x-5)-2} = \frac{3x-2}{6x-5}$$

$$\therefore \frac{3x-2}{6x-5} = \frac{-2}{-2}$$

$$\therefore \frac{3x-2}{6x-5} = 1$$

$\therefore \quad 3x - 2 = 6x - 5$

$\therefore \quad 3x - 6x = -5 + 2$

$\therefore \quad -3x = -3$

$$\therefore \quad x = \frac{-3}{-3}$$

$\therefore \quad x = 1$

$\therefore$ ઉકેલ : 1

ઉદાહરણ 2 : ઉકેલ મેળવો : $\dfrac{58x^2+87x+7}{87x^2+145x+11} = \dfrac{2x+3}{3x+5}$

$$\frac{58x^2+87x+7}{87x^2+145x+11} = \frac{2x+3}{3x+5}$$

$$\therefore \frac{29x(2x+3)+7}{29x(3x+5)+11} = \frac{2x+3}{3x+5}$$

$$\therefore \frac{2x+3}{3x+5} = \frac{7}{11}$$

$\therefore 11(2x + 3) = 7(3x + 5)$

$\therefore 22x + 33 = 21x + 35$

$\therefore 22x-21x = 35-33$

$\therefore x = 2$

$\therefore$ ઉકેલ : 2

ઉદાહરણ 3 : ઉકેલ મેળવો : $\dfrac{(x+2)\ (x+3)}{(x+4)\ (x+7)} = \dfrac{x+5}{x+11}$

$$\frac{(x+2)\ (x+3)}{(x+4)\ (x+7)} = \frac{x+5}{x+11}$$

$$\therefore \frac{x^2 + 2x + 3x + 6}{x^2 + 4x + 7x + 28} = \frac{x + 5}{x + 11}$$

$$\therefore \frac{x^2+5x+6}{x^2+11x+28} = \frac{x+5}{x+11}$$

$$\therefore \frac{x(x+5)+6}{x(x + 11) + 28} = \frac{x + 5}{x + 11}$$

$$\therefore \frac{x+5}{x+11} = \frac{6}{28}$$

$$\therefore \frac{x+5}{x+11} = \frac{3}{14}$$

$\therefore$ $14(x + 5) = 3(x + 11)$

$\therefore$ $14x + 70 = 3x + 33$

$\therefore$ $14x - 3x = 33 - 70$

$\therefore$ $11x = -37$

$$\therefore x = \frac{-37}{11}$$

$\therefore$ ઉકેલ : $\dfrac{-37}{11}$

મહાવરો 1

'अन्त्ययोरेव' સૂત્રના ઉપયોગથી સમીકરણનો ઉકેલ મેળવો :

(1) $\dfrac{3x^2+5x+8}{5x^2+6x+12} = \dfrac{3x+5}{5x+6}$

(2) $\dfrac{81x^2-108x+2}{54x^2-27x+5} = \dfrac{6x-8}{4x-2}$

(3) $\dfrac{(x+1)\ (x+6)}{(x+3)\ (x+5)} = \dfrac{x+7}{x+8}$

(4) $\dfrac{(2x+3)^2}{(2x+5)^2} = \dfrac{x+3}{x+5}$

અપૂર્ણાંક સ્વરૂપની બહુપદીમાં અંશ સમાન હોય અને છેદના અવયવોનાં અચળ પદો સમાંતર શ્રેણીના હોય તેવી બહુપદીના સરવાળામાં પણ 'अन्त्ययोरेव' સૂત્રના ઉપયોગથી સંક્ષિપ્ત રૂપ આપી શકાય છે.

$$\frac{P}{(x + a)\ (x + b)} + \frac{P}{(x+b)\ (x+c)} + \frac{P}{(x+c)\ (x+d)} = \frac{P+P+P}{(x+a)\ (x+d)}$$

$$= \frac{3P}{(x+a)\ (x+d)}$$

જ્યાં, a, b, c, d સમાંતર શ્રેણીમાં છે. સંક્ષિપ્ત રૂપમાં અંશોનો સરવાળો અંશમાં તેમજ છેદના પ્રથમ અને અંતિમ અવયવોનો ગુણાકાર છેદમાં થાય છે.

$\frac{P}{(x+a)\ (x+b)} + \frac{P}{(x+b)\ (x+c)} + \frac{P}{(x+c)\ (x+d)}$ માં $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$, $d = 4$ લેતાં,

$\frac{P}{(x+1)\ (x+2)} + \frac{P}{(x+2)\ (x+3)} + \frac{P}{(x+3)\ (x+4)} = \frac{3P}{(x+1)\ (x+4)}$ થાય.

સમજૂતી :

$$\frac{P}{(x+1)(x+2)} + \frac{P}{(x+2)(x+3)} + \frac{P}{(x+3)(x+4)}$$

$$= \frac{P\left[(x+3)+1(x+1)\right]}{(x+1)(x+2)(x+3)} + \frac{P}{(x+3)(x+4)}$$

$$= \frac{P[2x+4]}{(x+1)(x+2)(x+3)} + \frac{P}{(x+3)(x+4)}$$

$$= \frac{P\left[2(x+2)\right]}{(x+1)(x+2)(x+3)} + \frac{P}{(x+3)(x+4)}$$

$$= \frac{2P}{(x+1)(x+3)} + \frac{P}{(x+3)(x+4)}$$

$$= \frac{P[2(x+4)+1(x+1)]}{(x+1)(x+4)(x+3)}$$

$$= \frac{P[2x + 8 + x + 1]}{(x + 1)(x + 3)(x + 4)}$$

$$= \frac{P(3x + 9)}{(x + 1)\ (x + 3)\ (x + 4)}$$

$$= \frac{3P(x+3)}{(x+1)(x+3)(x+4)}$$

$$= \frac{3P}{(x + 1)(x + 4)}$$

આ સ્વરૂપની બહુપદીનાં n પદોના સરવાળાનું સંક્ષિપ્ત સ્વરૂપ **'अन्त्ययोरेव'** સૂત્ર પરથી મળે છે, જેનું વ્યાપક સ્વરૂપ નીચે મુજબ થશે :

$$\frac{P}{(x+a)(x+b)} + \frac{P}{(x+b)(x+c)} + \ldots n \text{ પદોનો સરવાળો}$$

$$Sn = \frac{nP}{(x+a)(x+n)}$$

એટલે કે,

$$\frac{P}{(x+a)(x+b)} + \frac{P}{(x+b)(x+c)} + \ldots + \frac{P}{[(x+(n-1)(x+n)]}$$

$$= \frac{nP}{(x+a)(x+n)}$$

ઉદાહરણ 4 :

$\frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \ldots$ **5 પદોના સરવાળાનું સાદું રૂપ જણાવો.**

અહીં $\frac{1}{(x + 1)(x + 2)} + \frac{1}{(x + 2)(x + 3)} + \ldots\ldots$નું 5 મું પદ $\frac{1}{(x + 5)(x + 6)}$ છે.

$\therefore$ 5 પદોનો સરવાળો : $S_5 = \frac{1 + 1 + 1 + 1 + 1}{(x + 1)(x + 6)} = \frac{5}{(x + 1)(x + 6)}$

ઉદાહરણ 5 : 'अन्त्ययोरेव' સૂત્રની રીતે સમીકરણનો ઉકેલ મેળવો :

$$\frac{1}{(x + 1)(x + 2)} + \frac{1}{(x + 2)(x + 3)} + \frac{1}{(x + 3)(x + 4)} = \frac{1}{6}$$

આ પ્રકારના બહુપદીવાળા સમીકરણનો ઉકેલ મેળવવા માટે પહેલા આપેલ પદોના સરવાળાનું સંક્ષિપ્ત રૂપ મેળવીને સાદું રૂપ આપવામાં આવે છે.

$$\frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore \frac{1 + 1 + 1}{(x + 1)(x + 4)} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore \quad \frac{3}{(x+1)(x+4)} = \frac{1}{6}$$

$\therefore \quad 18 = (x + 1)\ (x + 4)$

$\therefore \quad 18 = x^2 + x + 4x + 4$

$\therefore \quad 18 = x^2 + 5x + 4$

$\therefore \quad 0 = x^2 + 5x + 4 - 18$

$\therefore \quad 0 = x^2 + 5x - 14$

$\therefore \quad x^2 + 5x - 14 = 0$

$\therefore \quad (x + 7)\ (x - 2) = 0$

$\therefore \quad x = 7 = 0$ અને $(x - 2) = 0$

$\therefore \quad x = -7$ અને $x = 2$

$\therefore$ સમીકરણનો ઉકેલ -7 અને 2 છે.

જ્યારે અપૂર્ણાંકોના અંશ સમાન હોય અને છેદના અવયવો સમાંતર શ્રેણીમાં હોય ત્યારે અપૂર્ણાંકોના સરવાળાના જવાબના અંશમાં અંશોનો સરવાળો અને છેદમાં છેદોનાં પ્રથમ અને અંતિમ પદોનો ગુણાકાર થશે.

હવે, આપણે નીચે આપેલ અપૂર્ણાંકોના સરવાળાનું ધ્યાનથી અવલોકન કરીશું :

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{4 \times 5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20}$$

$$= \frac{30}{60} + \frac{10}{60} + \frac{5}{60} + \frac{3}{60} \quad (60 \text{ લ.સા.અ.})$$

$$= \frac{30+10+5+3}{60}$$

$$= \frac{48}{60}$$

$$= \frac{4}{5}$$

હવે આપણે સૂત્ર **'अन्त्ययोरेव'** ના ઉપયોગથી ઉપર્યુક્ત ઉદાહરણનો ખૂબ જ સહેલાઈથી જવાબ મેળવીશું.

અહીં અપૂર્ણાંકોના અંશ સમાન છે અને છેદમાંના અવયવોમાં 1, 2, 3, 4, 5 સમાંતર શ્રેણીમાં છે. માટે અપૂર્ણાંકોના ઉત્તરના અંશમાં અંશના અંકોનો સરવાળો અને છેદમાં છેદના પ્રથમ અને અંતિમ અંકના ગુણાકાર તરીકે દર્શાવીને ઉત્તર મેળવી શકાય છે. જેમકે,

$$\frac{1}{1\times2} + \frac{1}{2\times3} + \frac{1}{3\times4} + \frac{1}{4\times5} = \frac{1+1+1+1}{1\times5} = \frac{4}{5}$$

ઉદાહરણ 6 : સરવાળો કરો : $\frac{A}{10\times20}+\frac{A}{20\times30}+\frac{A}{30\times40}+\frac{A}{40\times50}+\frac{A}{50\times60}+\frac{A}{60\times70}$

$$\frac{A}{10\times20}+\frac{A}{20\times30}+\frac{A}{30\times40}+\frac{A}{40\times50}+\frac{A}{50\times60}+\frac{A}{60\times70}$$

$$=\frac{A+A+A+A+A+A}{10\times70}$$

$$=\frac{6A}{700}$$

મહાવરો 2

1. આપેલ બહુપદીના સરવાળાનું સંક્ષિપ્ત સ્વરૂપ આપો :

(1) $\frac{1}{(x+5)(x+6)}+\frac{1}{(x+6)(x+7)}+\frac{1}{(x+7)(x+8)}$

(2) $\frac{3}{(3x-1)(3x-3)}+\frac{3}{(3x-3)(3x-5)}+$ .... + 4 પદો સુધી

(3) $\frac{5}{(x^2+11)(x^2+15)}+\frac{5}{(x^2+15)(x^2+19)}+$ .... + 5 પદો સુધી

(4) $\frac{B}{(ab-8)(ab-11)}+\frac{B}{(ab-11)(ab-14)}+$ .... + 6 પદો સુધી

2. 'अन्त्ययोरेव' સૂત્રની રીતે નીચેનાં સમીકરણના ઉકેલ મેળવો :

(1) $\frac{1}{(x+1)(x+2)}+\frac{1}{(x+2)(x+3)}=\frac{1}{12}$

(2) $\frac{1}{(x+1)(x+2)}+\text{..........}+\frac{1}{(x+4)(x+5)}=-1$

(3) $\frac{1}{(x+1)(x+2)}+\text{...........}+\frac{1}{(x+5)(x+6)}=\frac{1}{10}$

(4) $\frac{1}{(x+1)(x+3)}+\frac{1}{(x+3)(x+5)}=\frac{1}{6}$

3. નીચેના અપૂર્ણાંકોના સરવાળા સંક્ષિપ્ત રીતે કરો :

(1) $\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}+\frac{1}{5\times6}+\frac{1}{6\times7}+\frac{1}{7\times8}+$

$\frac{1}{8\times9}+\frac{1}{9\times10}$

(2) $\dfrac{2}{3 \times 5} + \dfrac{2}{5 \times 7} + \dfrac{2}{7 \times 9} + \dfrac{2}{9 \times 11}$

(3) $\dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{15} + \dfrac{1}{35}$

(4) $\dfrac{1}{8} + \dfrac{1}{24} + \dfrac{1}{48} + \dfrac{1}{80} + \dfrac{1}{120}$

ઉત્તર

મહાવરો 1

(1) $x = 3$ (2) $x = \dfrac{18}{11}$ (3) $x = \dfrac{-19}{3}$ (4) $x = \dfrac{-15}{8}$

મહાવરો 2

1. (1) $\dfrac{3}{(x + 5)(x + 8)}$

(2) $\dfrac{4}{(3x - 1)(x - 3)}$

(3) $\dfrac{25}{(x^2 + 11)(x^2 + 31)}$

(4) $\dfrac{6B}{(ab - 8)(ab - 26)}$

2. (1) $-7, 3$

(2) -3

(3) $-11, 4$

(4) $-7, 1$

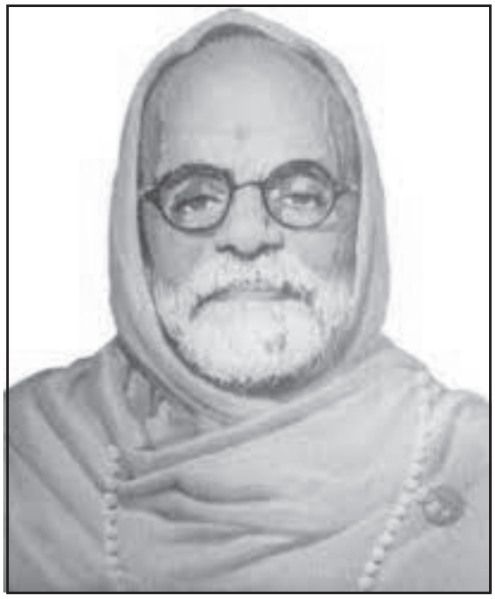
3. (1) $\dfrac{9}{10}$

(2) $\dfrac{8}{33}$

(3) $\dfrac{3}{7}$

(4) $\dfrac{5}{24}$

જગદ્ગુરુ સ્વામીશ્રી ભારતીકૃષ્ણતીર્થજીનો પરિચય



સ્વામીશ્રી ભારતીકૃષ્ણતીર્થજી શ્રી ગોવર્ધન મઠ, પુરીના જગદ્ગુરુ શંકરાચાર્ય હતા. તેઓ બહુઆયામી તેજસ્વી પ્રતિભા ધરાવતાં હતા. તેઓએ પ્રાચીન ઋષિ-મુનિઓના આદર્શો અને સિદ્ધાંતોને આગળ લઈ જવાનું પુણ્યશાળી ઋષિતુલ્ય કાર્ય કર્યું છે. ઉચ્ચ કક્ષાની કઠિન એકાંત સાધનાની સિદ્ધ અવસ્થામાં તેમને વૈદિક ગણિતનાં સોળ સૂત્રો અને તેર ઉપસૂત્રોની અંતઃસ્ફુરણા થઈ હતી. આ સૂત્રોના અર્થઘટન અને ગણન-પદ્ધતિઓ દ્વારા તેઓએ 'વૈદિક ગણિત'ની રચના કરી છે.

પૂજ્ય સ્વામીજી સંસ્કૃત ભાષાના પ્રખર પંડિત તો હતા જ ઉપરાંત સંસ્કૃત ભાષામાં રહેલા અનેક વિષયોમાં પણ પારંગત હતા. સંસ્કૃત અને ગણિત સિવાય દર્શનશાસ્ત્ર, સાહિત્ય, ઈતિહાસ, સમાજશાસ્ત્ર, રાજનીતિ વગેરે વિષયોમાં પણ તેઓએ પોતાની વિદ્વતા સિદ્ધ કરી હતી. તેઓ પ્રાચીન ગણિત અને વેદોમાં રહેલા વિજ્ઞાનનું જ્ઞાન પણ ધરાવતાં હતા અને આધુનિક ગણિત તથા વિજ્ઞાનની નવીન શોધોના અભ્યાસમાં પણ વિશેષ રુચિ ધરાવતાં હતા. અંગ્રેજી ભાષા પર પણ તેઓનું પ્રભુત્વ હતું.

પૂજ્ય સ્વામીજી પ્રખર પંડિત, મહાન યોગી અને ઉચ્ચકોટિના સાધક સાથે પવિત્ર સન્યાસી પણ હતા. તેઓનું વ્યક્તિત્વ નમ્ર અને વિવેકી હતું. તેમનું સાદગીપૂર્ણ જીવન પણ ભવ્ય અને દિવ્ય હતું. જે તેઓને પ્રાચીન ઋષિ-મુનિઓની શ્રેણીમાં મૂકે છે.

પૂજ્ય ભારતીકૃષ્ણતીર્થજીનો જન્મ 14 માર્ચ, ઈ.સ. 1884માં તમિલનાડુ રાજ્યમાં થયો હતો. તેમનું બાળપણનું નામ વ્યંકટરમણ હતું. તેઓ બાળપણથી જ અસાધારણ કુશાગ્ર બુદ્ધિ અને તીવ્ર યાદશક્તિ ધરાવતાં હતા. મદ્રાસ વિશ્વવિદ્યાલયની મૅટ્રિક પરીક્ષામાં તેઓ સર્વોચ્ચ ગુણ સાથે ઉત્તીર્ણ થયા હતા.

માત્ર પંદર વર્ષની ઉંમરે સંસ્કૃતના જ્ઞાન અને વકતૃત્વ કલામાં નિપુણતાને કારણે મદ્રાસ સંસ્કૃત ઍસોસિએશને તેઓને 'સરસ્વતી'ની ઉપાધિથી સન્માનિત કર્યા હતા. વીસ વર્ષની વયે એકસાથે સાત વિષયમાં એમ.એ.ની પરીક્ષા તેઓએ ઉત્તીર્ણ કરીને તેમના મેધાવી વ્યક્તિત્વનો પરિચય આપ્યો હતો.

શ્રી વ્યંકટરમણે ત્રણ વર્ષ સુધી રાષ્ટ્રીય મહાવિદ્યાલયમાં પ્રધાનાચાર્ય પદે રહીને ફરજ નિભાવી હતી. ત્યાર બાદ શ્રૃંગેરી મઠ, મૈસૂરમાં રહીને બ્રહ્મસાધના કરી વિવિધ શાસ્ત્રોનો અભ્યાસ કર્યો અને મઠની નજીકનાં વનોમાં આઠ વર્ષ સુધી તપસ્યા કરીને વૈદિક ગણિતની રચના કરી.

ઈ.સ. 1919માં તેઓએ દીક્ષા લીધી અને સંન્યાસી જીવન શરૂ કર્યું. તેમનું નામ શ્રી ભારતીકૃષ્ણતીર્થજી રાખવામાં આવ્યું. થોડાં વર્ષોના સંન્યસ્ત જીવન બાદ પહેલાં તેઓ શારદાપીઠના અને પછી ગોવર્ધન મઠ, પુરીના

જગદ્‌ગુરુ શંકરાચાર્ય બન્યા અને જીવનનાં શેષ વર્ષો આધ્યાત્મિકતા, શિક્ષણ, નૈતિક મૂલ્યોની પુનઃસ્થાપનાના પ્રચાર તેમજ લેખન, પ્રવચન અને ભ્રમણ કરવામાં સમર્પિત કર્યાં.

પૂજ્ય સ્વામીજીએ નાગપુરમાં શ્રી વિશ્વપુનઃનિર્માણ સંઘની સ્થાપના કરી હતી. તેમાં તેમના શિષ્યો ઉપરાંત ઉચ્ચ ન્યાયાલયના ન્યાયાધીશો, શિક્ષણવિદો, રાજનીતિજ્ઞો અને અનેક સામાજિક અગ્રણીઓ સેવારત હતા.

ભારતીય જ્ઞાનપરંપરા અને ધરોહરના પ્રચાર-પ્રસાર અંગે તેઓએ અમેરિકા અને ઇંગ્લૅન્ડ દેશોમાં પ્રવાસ કરીને વૈદિક ગણિત તેમજ અન્ય શાસ્ત્રોનું શિક્ષણ અને પ્રવચનો આપ્યા. તેમના જ્ઞાનથી વિદેશી ગણિતજ્ઞો અને શિક્ષણવિદો મંત્રમુગ્ધ તેમજ ખૂબ જ અભિભૂત થયા હતા.

પૂજ્ય સ્વામીજીનાં પરમ શિષ્યા શ્રીમતી મંજુલા ત્રિવેદીના જણાવ્યા મુજબ વૈદિક ગણિતનાં સોળ સૂત્રો પર સ્વતંત્ર સોળ ગ્રંથો તેઓએ લખ્યા હતા, પરંતુ કોઈ કારણવશ તે નષ્ટ થઈ ગયા. તેઓ તેને ફરીથી લખવાના હતા, પરંતુ તેમની નાદુરસ્ત તબિયતને કારણે તે શક્ય ન બન્યું. 2 ફેબ્રુઆરી, 1960ના રોજ ગંભીર બીમારીને કારણે પૂજ્ય સ્વામીજીનું અવસાન થયું અને તેઓ પરમતત્ત્વમાં લીન થયા.

પરિશિષ્ટ

(માત્ર જાણકારી માટે)

વૈદિક ગણિતનાં સૂત્રો, ઉપસૂત્રો, તેના અર્થ અને ઉપયોગિતા

ક્રમ	સૂત્ર	અર્થ	ઉપયોગિતા
1.	एकाधिकेन पूर्वेण	પહેલા કરતાં એક વધારે દ્વારા	સંખ્યાઓનાં સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર, વર્ગ, વિભાજ્યતા, દશાંશ અભિવ્યક્તિ, સંકલન વગેરેમાં.
2.	निखिलं नवतश्चरमं दशत:	અંતિમ દસમાંથી અને બાકીના નવમાંથી	પૂરક સંખ્યા મેળવવામાં, સંખ્યાઓના ગુણાકાર, ભાગાકાર, વર્ગ વિભાજ્યતા વગેરેમાં.
3.	ऊर्ध्वतिर्यग्भ्याम्	ઊભા અને ત્રાંસા દ્વારા	સંખ્યાઓના ગુણાકાર, ભાગાકાર, વર્ગ, બહુપદીના ગુણાકાર, સરળ રેખાઓના સમીકરણ, વગેરેમાં.
4.	परावर्त्य योजयेत्	પક્ષાંતર કરીને ઉપયોગ કરો	સંખ્યાઓના ભાગાકારમાં, બહુપદીના અવયવમાં, બહુપદીના ભાગાકારમાં, વિવિધ સમીકરણના ઉકેલ મેળવવામાં.
5.	शून्यं साम्यसमुच्चये	જ્યારે સમૂહ સમાન છે ત્યારે તે સમૂહનું મૂલ્ય શૂન્ય થાય છે.	વિવિધ સમીકરણના ઉકેલમાં
6.	(आनुरुप्ये) शून्यमन्यत्	એક ગુણોત્તરમાં (અનુરૂપતા) હોય ત્યારે બીજો શૂન્ય હોય છે.	સમીકરણના ઉકેલમાં
7.	संकलनव्यवकलनाभ्याम्	સરવાળો અને બાદબાકી કરીને	સંખ્યાઓનો વર્ગ કરવામાં સમીકરણના ઉકેલમાં
8.	पूरणापूरणाभ्याम्	પૂર્ણ અને અપૂર્ણ દ્વારા	સમીકરણના ઉકેલમાં
9.	चलनकलनाभ्याम्	ચલન અને કલન દ્વારા	બહુપદીના અવયવીકરણમાં કલનગણિતમાં
10.	यावदूनम्	જેટલું ઓછું	સંખ્યાઓનો ગુણાકાર, સંખ્યાઓનો વર્ગ કરવામાં
11.	व्यष्टिसमष्टि:	એક અને સમુદાય	વિશિષ્ટ ચતુર્ઘાતી સમીકરણના ઉકેલમાં

ક્રમ	સૂત્ર	અર્થ	ઉપયોગિતા
12.	शेषाण्यङ्केन चरमेण	શેષને અંતિમ અંક દ્વારા	અપૂર્ણાંકની દશાંશ અભિવ્યક્તિમાં
13.	सोपान्त्यद्वयमन्त्यम्	અંતિમ તથા ઉપઅંતિમના બમણા	સમીકરણના ઉકેલમાં
14.	एकन्यूनेन पूर्वेण	પહેલાં કરતાં એક ઓછા દ્વારા	વિશિષ્ટ સંખ્યાઓના ગુણાકારમાં
15.	गुणितसमुच्चयः	ગુણિતોનો સમૂહ	સમીકરણના ઉકેલ મેળવવામાં, અવયવીકરણની ચકાસણી કરવામાં
16.	गुणकसमुच्चयः	ગુણકોનો સમૂહ	સમીકરણના ઉકેલ મેળવવામાં, અવયવીકરણની ચકાસણી કરવામાં

ક્રમ	ઉપસૂત્ર	અર્થ	ઉપયોગિતા
1.	आनुरूप्येण	અનુરૂપતા (પ્રમાણ) દ્વારા	બહુપદીના અવયવીકરણમાં સંખ્યાઓના ગુ.સા.અ. અને લ.સા.અ. શોધવામાં
2.	शिष्यते शेषसंज्ञः	બચેલાને શેષ કહે છે.	બહુપદીના ભાગાકાર કરવામાં
3.	आद्यमाद्येनान्त्यमन्त्येन	પ્રથમને પ્રથમ દ્વારા અને અંતિમને અંતિમ દ્વારા	બહુપદીના અવયવીકરણમાં
4.	कैवलैः सप्तकं गुण्यात्	સાત માટે ગુણક કૈવલૈઃ (143) છે.	સાંકેતિક ભાષા (કૂટ સંખ્યા)માં
5.	वेष्टनम्	આશ્લેષણ	વિભાજ્યતાની ચકાસણીમાં
6.	यावदूनं तावदूनम्	જેટલું ઓછું છે તેટલું ઓછું	સંખ્યાઓનો ગુણાકાર, સંખ્યાઓના વર્ગ કરવામાં
7.	यावदूनं तावदूनीकृत्य वर्गं च योजयेत्	જેટલું ઓછું છે તેટલું ઓછું કરીને વર્ગ કરો.	સંખ્યાઓનો વર્ગ કરવામાં
8.	अन्त्ययोर्दशकेऽपि	અંતિમ અંકોનો સરવાળો દસ થાય ત્યારે પણ	સંખ્યાઓનો ગુણાકાર, સંખ્યાઓનો વર્ગ કરવામાં
9.	अन्त्ययोरेव	માત્ર અંતિમ બે અંકોનું	સમીકરણના ઉકેલ મેળવવામાં
10.	समुच्चयगुणितः	સમૂહ ગુણન	અવયવીકરણ અને તેની ચકાસણીમાં

ક્રમ	ઉપસૂત્ર	અર્થ	ઉપયોગિતા
11.	लोपनस्थापनाभ्याम्	લોપન તથા સ્થાપના દ્વારા	સમીકરણના ઉકેલમાં, બહુપદીના અવયવીકરણમાં, બહુપદીના ગુ.સા.અ.માં
12.	विलोकनम्	અવલોકન દ્વારા	અવયવીકરણમાં, સમીકરણના ઉકેલમાં, વર્ગમૂળ, ઘનમૂળ શોધવામાં
13.	गुणितसमुच्चयः समुच्चयगुणितः	અવયવોના ગુણાંકોના સરવાળાનું **ગણનફળ** એ ગુણનફળના ગુણાંકોના સરવાળા બરાબર થાય છે.	બહુપદીના અવયવોની ચકાસણીમાં

• • •

નોંધ