ગુજરાત રાજ્યના શિક્ષણવિભાગના પત્ર-ક્રમાંક
જીસીઈઆરટી/અભ્યાસક્રમ/૨૦૨૩-૨૪/૧૩૧૮૩, તા. ૨૬-૦૪-૨૦૨૩થી મંજૂર

વૈદિક ગણિત

ધોરણ 7

પ્રતિજ્ઞાપત્ર

ભારત મારો દેશ છે.
બધાં ભારતીયો મારાં ભાઈબહેન છે.
હું મારા દેશને ચાહું છું અને તેના સમૃદ્ધ અને
વૈવિધ્યપૂર્ણ વારસાનો મને ગર્વ છે.
હું સદાય તેને લાયક બનવા પ્રયત્ન કરીશ.
હું મારાં માતાપિતા, શિક્ષકો અને વડીલો પ્રત્યે આદર રાખીશ
અને દરેક જણ સાથે સભ્યતાથી વર્તીશ.
હું મારા દેશ અને દેશબાંધવોને મારી નિષ્ઠા અર્પું છું.
તેમનાં કલ્યાણ અને સમૃદ્ધિમાં જ મારું સુખ રહ્યું છે.

રાજ્ય સરકારની વિનામૂલ્યે યોજના હેઠળનું પુસ્તક

ગુજરાત શૈક્ષણિક
સંશોધન અને તાલીમ પરિષદ
ગાંધીનગર

ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ
'વિદ્યાયન', સેક્ટર 10-એ, ગાંધીનગર-382010

વિષય-કન્વીનર

ડૉ. વિજય પટેલ

લેખન

ડૉ. નરેન્દ્ર પંચોલી
શ્રી ધનરાજભાઈ ઠક્કર
શ્રી ઋષિકેષભાઈ ઠક્કર
શ્રી સુકેતુભાઈ યાજ્ઞિક
શ્રી વિજયસિંહ ખેર
શ્રી ડી. આર. પટેલ

સમીક્ષા

શ્રી નરેન્દ્રભાઈ રાવલ
શ્રી રૂપેશભાઈ ભાટિયા
શ્રી પરિધિ ત્રિવેદી પરીખ
શ્રી એમ. એ. શેખ

ભાષાશુદ્ધિ

શ્રી હિરેનકુમાર પંડ્યા
ડૉ. જૈની ભોજક

મુદ્રણ-આયોજન

શ્રી મનીષ એચ. બધેકા
(નાયબ નિયામક : ઉત્પાદન)

વિતરણ-આયોજન

શ્રી હર્ષદ એચ. ચૌધરી
(નાયબ નિયામક : વહીવટ-વિતરણ)

પ્રસ્તાવના

વિદ્યાર્થીઓના સર્વાંગી વિકાસમાં ભારતીય સંસ્કૃતિ અનેક રીતે ભાગ ભજવે છે. રાષ્ટ્રીય શિક્ષણનીતિ, 2020 અંતર્ગત ભારતીય જ્ઞાન-પ્રણાલી (Indian Knowledge System) અન્વયે વિદ્યાર્થીઓ ભારતની ભવ્ય સંસ્કૃતિ અને તેના વારસાથી પરિચિત થાય અને ભારતીય હોવા પર ગર્વ અનુભવે તે હેતુથી ગુજરાત સરકાર દ્વારા ધોરણ 6થી 10 માં વૈદિક ગણિતનાં અભ્યાસનો અમલ કરવાનો નિર્ણય કરવામાં આવ્યો છે.

વૈદિક ગણિતના અભ્યાસથી વિદ્યાર્થીઓના ગણિત વિષયનો પાયો મજબૂત બનશે, વિષય પરત્વેનો ઉત્સાહ, આનંદ અને આત્મવિશ્વાસ વધશે. **ધોરણ 7**ના **વૈદિક ગણિત** વિષયના પાઠ્યપુસ્તકને વિદ્યાર્થીઓ સમક્ષ મૂકતાં ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ આનંદ અનુભવે છે.

વૈદિક ગણિતના આ પાઠ્યપુસ્તકના લેખનકાર્યનું આગવું કામ કરનાર વિવિધ સંસ્થાના તજજ્ઞો, શિક્ષકો તેમજ પ્રાધ્યાપકો દ્વારા કરવામાં આવ્યું છે. સમીક્ષકોનાં સૂચનો અનુસાર હસ્તપ્રતમાં યોગ્ય સુધારાવધારા કર્યા પછી પાઠ્યપુસ્તકને અંતિમ સ્વરૂપ આપવામાં આવ્યું છે.

પ્રસ્તુત પાઠ્યપુસ્તકને રસપ્રદ, ઉપયોગી અને ક્ષતિરહિત બનાવવા માટે પૂરતો પ્રયાસ કરવામાં આવ્યો છે. તેમ છતાં, શિક્ષણમાં રસ ધરાવનાર વ્યક્તિઓ પાસેથી ગુણવત્તા વધારે તેવાં સૂચનો આવકાર્ય છે.

પ્રકાશ કે. ત્રિવેદી	**વિનયગિરિ ગોસાઈ**
નિયામક	નિયામક
જીસીઈઆરટી	ગુ.રા.શા.પા.પુ.મંડળ
ગાંધીનગર	ગાંધીનગર
તા. 17-1-2024	

પ્રથમ આવૃત્તિ : 2022, પુનઃમુદ્રણ : 2023

પ્રકાશક : ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ, 'વિદ્યાયન', સેક્ટર 10-એ, ગાંધીનગર વતી, વિનયગિરિ ગોસાઈ, નિયામક

મુદ્રક :

મૂળભૂત ફરજો

ભારતના દરેક નાગરિકની ફરજો નીચે મુજબ રહેશે :*

(ક) સંવિધાનને વફાદાર રહેવાની અને તેના આદર્શો તથા સંસ્થાઓનો, રાષ્ટ્રધ્વજનો અને રાષ્ટ્રગીતનો આદર કરવાની;

(ખ) આઝાદી માટેની આપણી રાષ્ટ્રીય લડતને પ્રેરણા આપનારા ઉમદા આદર્શોને હૃદયમાં પ્રતિષ્ઠિત કરવાની અને અનુસરવાની;

(ગ) ભારતના સાર્વભૌમત્વ, એકતા અને અખંડિતતાનું સમર્થન કરવાની અને તેમનું રક્ષણ કરવાની;

(ઘ) દેશનું રક્ષણ કરવાની અને રાષ્ટ્રીય સેવા બજાવવાની હાકલ થતાં, તેમ કરવાની;

(ચ) ધાર્મિક, ભાષાકીય, પ્રાદેશિક અથવા સાંપ્રદાયિક ભેદોથી પર રહીને, ભારતના તમામ લોકોમાં સુમેળ અને સમાન બંધુત્વની ભાવનાની વૃદ્ધિ કરવાની, સ્ત્રીઓનાં ગૌરવને અપમાનિત કરે તેવા વ્યવહારો ત્યજી દેવાની;

(છ) આપણી સમન્વિત સંસ્કૃતિના સમૃદ્ધ વારસાનું મૂલ્ય સમજી તે જાળવી રાખવાની;

(જ) જંગલો, તળાવો, નદીઓ અને વન્ય પશુપક્ષીઓ સહિત કુદરતી પર્યાવરણનું જતન કરવાની અને તેની સુધારણા કરવાની તથા જીવો પ્રત્યે અનુકંપા રાખવાની;

(ઝ) વૈજ્ઞાનિક માનસ, માનવતાવાદ અને જિજ્ઞાસા તથા સુધારણાની ભાવના કેળવવાની;

(ટ) જાહેર મિલકતનું રક્ષણ કરવાની અને હિંસાનો ત્યાગ કરવાની;

(ઠ) રાષ્ટ્ર પુરુષાર્થ અને સિદ્ધિનાં વધુ ને વધુ ઉન્નત સોપાનો ભણી સતત પ્રગતિ કરતું રહે એ માટે, વૈયક્તિક અને સામૂહિક પ્રવૃત્તિનાં તમામ ક્ષેત્રે શ્રેષ્ઠતા હાંસલ કરવાનો પ્રયત્ન કરવાની.

(ડ) માતા-પિતાએ અથવા વાલીએ 6 વર્ષથી 14 વર્ષ સુધીની વયના પોતાના બાળક અથવા પાલ્યને શિક્ષણની તકો પૂરી પાડવાની.

*ભારતનું સંવિધાન : કલમ 51-क

R5G4Q6

અનુક્રમણિકા

વૈદિક ગણિત-પરિચય

વેદો સમગ્ર જ્ઞાનનો સ્રોત છે. વેદોમાં રહેલું જ્ઞાન અપૌરૂષેય છે, તે કોઈ માનવે લખેલું નથી. તપસ્વી, યોગી, ઋષિ-મુનિઓને તપ-સાધના દ્વારા આ જ્ઞાન પ્રાપ્ત થયું છે. ધ્યાનની ઉચ્ચ કક્ષાની સિદ્ધ અવસ્થામાં તેઓને જ્ઞાનના સાક્ષાત્કારની અનુભૂતિ થઈ છે અને મંત્રો કે સૂત્રોના સ્વરૂપમાં જ્ઞાનનું પ્રગટીકરણ થયું છે. સામાન્ય મનુષ્ય સમજી શકે તે માટે મંત્રો કે સૂત્રો પરથી અનેક શાસ્ત્રો અને ગ્રંથોની રચના થઈ છે. પ્રાચીન ભારતીય જ્ઞાન પરંપરાની આ વૈદિક શૈલી છે. વૈદિક ગણિતની રચના પણ આ પ્રણાલી મુજબ થઈ છે.

ગોવર્ધનમઠ, પુરીના જગદ્‌ગુરુ સ્વામી શ્રી ભારતીકૃષ્ણ તીર્થજી મહારાજે વેદોના મંત્રો, સૂત્રો અને શબ્દોના આધારે સોળ સૂત્રો અને તેર ઉપસૂત્રોનો આવિષ્કાર કર્યો છે. આ સૂત્રો સંસ્કૃત ભાષામાં સંક્ષિપ્ત અને શાબ્દિક સ્વરૂપે છે. આ સૂત્રોના અર્થઘટનને આધારે પ્રયોગો કરીને તેમણે વિવિધ ગાણિતિક વિધિઓનો વિકાસ કર્યો અને 'વૈદિક ગણિત' ગ્રંથની રચના કરી છે.

વૈદિક ગણિતનાં સૂત્રોની ઉપયોગિતાનો વ્યાપ વિશાળ છે. એક સૂત્ર એક કરતાં વધુ ગણનક્રિયામાં ઉપયોગી બને છે અને એક જ ગણનક્રિયામાં એક કરતાં વધુ સૂત્રોનો ઉપયોગ પણ થાય છે.

આપણે રોજબરોજના જીવનમાં અન્ય વ્યક્તિઓની વય, કક્ષા, વર્ગ, પદ વગેરે બાબતો જોઈને તેમની સાથે વાણી, વર્તન અને વ્યવહાર કરીએ છીએ, તેવી રીતે વૈદિક ગણિતમાં પ્રશ્ન કે દાખલાની રકમનાં લક્ષણો કે સ્વરૂપને ઓળખીને તેના ઉકેલ માટે યોગ્ય સૂત્રની પસંદગી કરીને ગણનક્રિયા કરવામાં આવે છે. વૈદિક ગણિતની આ મુખ્ય વિશેષતા છે.

વૈદિક ગણિતના અભ્યાસથી જીવનમાં વિવિધ પરિસ્થિતિનો તાગ મેળવીને સમસ્યાનું નિરાકરણ કરવાનો જીવનલક્ષી સદ્‌ગુણ ખીલે છે. વૈદિક ગણિત વેદો સાથે જોડાયેલું છે. તેના અભ્યાસથી આપણને આપણી પ્રાચીન મહાન સંસ્કૃતિ અને જ્ઞાનની ધરોહરનું મહત્ત્વ સમજાય છે, સાથે-સાથે ગૌરવ અને આનંદની લાગણી પણ થાય છે તેમજ અન્ય શાસ્ત્રો જાણવાની જિજ્ઞાસા વધે છે.

વૈદિક ગણિતની ગણન પદ્ધતિઓ સંક્ષિપ્ત, ઝડપી, રસપ્રદ, સહજ, સરળ, આનંદદાયક અને આશ્ચર્યજનક છે, તેથી વિદ્યાર્થીઓની ગણિત પ્રત્યેની જિજ્ઞાસા જાગે છે, રુચિ કેળવાય છે, તેમના આત્મવિશ્વાસમાં વધારો થાય છે તેમજ ગણિત પ્રત્યેનો ડર દૂર થાય છે. આ ઉપરાંત વિદ્યાર્થીની તર્કશક્તિ, સ્મૃતિશક્તિ, બુદ્ધિશક્તિ, વિશ્લેષણશક્તિ વગેરેનો વિકાસ થાય છે.

વૈદિક ગણિત એ ગણિતનો જ એક ભાગ છે, તે સ્વતંત્ર જુદો વિષય નથી. શાળા-કૉલેજમાં ભણાવાતા ગણિતની શાખાઓ અને વિષયાંગો વૈદિક ગણિતમાં પણ છે, પરંતુ તે પ્રચલિત ગણિત કરતાં નવીન અને ભિન્ન સ્વરૂપે પ્રસ્તુત થાય છે. વૈદિક ગણિતના અધ્યયન-અધ્યાપનથી ગણિતના તેજસ્વી વિદ્યાર્થીઓ, શિક્ષકો, ગણિતજ્ઞો માટે સંશોધનનાં નવાં દ્વાર ખુલી શકે તેમ છે.

આર્યભટ્ટ, ભાસ્કરાચાર્ય, શ્રીધરાચાર્ય, વરાહમિહિર જેવા પ્રાચીન વિદ્વાન ગણિતાચાર્યોએ ગણિતના અનેક ગ્રંથો રચ્યાં છે, તેમાં ગણિતના વિવિધ વિભાગો ઉપરાંત જ્યોતિષ ગણિતનો સમાવેશ થયેલ છે. આ ગ્રંથો સંસ્કૃતમાં શ્લોકો દ્વારા લખાયેલાં છે અને તેની ગણનશૈલી અલગ છે, માટે તે ગણિત વૈદિક ગણિતથી જુદું પડે છે.

સ્વામી શ્રી દયાનંદ સરસ્વતીજીએ સૂત્ર આપ્યું હતું કે, 'વેદો તરફ પાછા ફરો' જેથી ભારતીય જીવન પદ્ધતિનું પુનઃસ્થાપન થશે. આપણે ગણિત-શિક્ષણના વૈદિક ગણિતનો અભ્યાસ કરીને તેઓના સૂત્રને ચરિતાર્થ કરીએ.

1

ઉર્ધ્વતિર્યગ્ભ્યામ્ સૂત્ર દ્વારા ગુણાકાર

N5I9E9

આપણે જાણીએ છીએ કે, પુનરાવર્તિત સરવાળાનું ટૂંકું રૂપ એટલે ગુણાકાર. આપણે પ્રચલિત દાશમિક પ્રણાલીથી ગુણાકાર કરતાં શીખી ગયાં છીએ.

દા.ત., 21×13

$$
\begin{array}{r}
21 \\
\times\ 13 \\
\hline
210 \\
63 \\
\hline
273
\end{array}
$$

વૈદિક ગણિતમાં વિવિધ સૂત્રોના અર્થ મુજબ ગુણાકાર કરવાની અનેક પદ્ધતિઓ છે, તેમાંના 'ઉર્ધ્વતિર્યગ્ભ્યામ્' સૂત્રની રીતે ગુણાકાર કરતાં શીખીશું. આ અધ્યાયમાં આપણે ત્રણ અંકોના ત્રણ અંકોની સંખ્યા સુધીની સંખ્યાઓના ગુણાકાર શીખીશું, પહેલાં સૂત્ર અને તેનો અર્થ સમજી લઈએ.

સૂત્ર : ઉર્ધ્વતિર્યગ્ભ્યામ્

ઉર્ધ્વ = ઊભા (ઉપર-નીચે) ↕

तिर्यक = ત્રાંસા

સૂત્રનો અર્થ : ઊભા (ગુણાકાર) અને ત્રાંસા (ગુણાકાર) વડે

આ સૂત્ર મુજબ નીચેની રીતે ગુણાકાર થશે :

(1) ગુણ્ય અને ગુણક સંખ્યાના અંકોના ઊભા ત્રાંસા ગુણાકાર કરવામાં આવે છે અને ગુણનફળ મેળવવામાં આવે છે.

(2) ત્રાંસા અને ઊભા અંકોના ગુણનફળ અને તેના સરવાળાને ત્રાંસી લીટી કરીને અલગ-અલગ વિભાગમાં દર્શાવવામાં આવે છે.

(3) બે અંકોની સંખ્યાઓના ગુણાકારમાં ત્રણ વિભાગ અને ત્રણ અંકોની સંખ્યાઓના ગુણાકારમાં પાંચ વિભાગ થશે.

(4) દરેક વિભાગની સંખ્યાના એકમનો અંક છોડીને બાકીના અંકો વદી તરીકે આગળના વિભાગમાં ઉમેરવામાં આવે છે.

(5) ત્રાંસી લીટી દૂર કરતાં ઉત્તર પ્રાપ્ત થાય છે.

ઉદાહરણ 1 : 21 × 13

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times\ 13 \\ \hline 2\ /\ 6 + 1\ /\ 3 \end{array}$$

= 2 / 7 / 3

= 273

ઉત્તર : 273

પગલું 1 :

$$\begin{array}{cc} 2 & 1 \\ & \updownarrow \\ 1 & 3 \end{array}$$

1 × 3 = 3

પગલું 2 :

$$\begin{array}{cc} 2 & 1 \\ \multicolumn{2}{c}{\times} \\ 1 & 3 \end{array}$$

(2 × 3) + (1 × 1)
= 6 + 1 = 7

પગલું 3 :

$$\begin{array}{cc} 2 & 1 \\ \updownarrow & \\ 1 & 3 \end{array}$$

2 × 1 = 2

પગલું 4 : ત્રાંસી લીટીઓ દૂર કરતાં.

ઉદાહરણ 2 : 57 × 43

$$\begin{array}{r} 57 \\ \times\ 43 \\ \hline 20\ /\ 15 + 28\ /\ 21 \end{array}$$

= 20 / 43 / 21

= 20 / 45 / 1

= 24 / 5 / 1

ઉત્તર : 2451

પગલું 1 :

$$\begin{array}{cc} 5 & 7 \\ & \updownarrow \\ 4 & 3 \end{array}$$

7 × 3 = 21

પગલું 2 :

$$\begin{array}{cc} 5 & 7 \\ \multicolumn{2}{c}{\times} \\ 4 & 3 \end{array}$$

(5 × 3) + (7 × 4)
= 15 + 28 = 43

પગલું 3 :

$$\begin{array}{cc} 5 & 7 \\ \updownarrow & \\ 4 & 3 \end{array}$$

5 × 4 = 20

પગલું 4 : 21ના 2ને વદી ગણી 43માં ઉમેરતાં.

પગલું 5 : 45ના 4ને વદી ગણી 20માં ઉમેરતાં.

પગલું 6 : ત્રાંસી લીટીઓ દૂર કરતાં.

ઉદાહરણ 3 : 65 × 48

$$\begin{array}{r} 65 \\ \times\ 48 \\ \hline 24\ /\ 20 + 48\ /\ 40 \end{array}$$

= 24 / 68 / 40

= 24 / 72 / 0

= 3120

ઉત્તર : 3120

પગલું 1 :

$$\begin{array}{cc} 6 & 5 \\ & \updownarrow \\ 4 & 8 \end{array}$$

5 × 8 = 40

પગલું 2 :

$$\begin{array}{cc} 6 & 5 \\ \multicolumn{2}{c}{\times} \\ 4 & 8 \end{array}$$

(5 × 4) + (6 × 8)
= 20 + 48 = 68

પગલું 3 :

$$\begin{array}{cc} 6 & 5 \\ \updownarrow & \\ 4 & 8 \end{array}$$

6 × 4 = 24

પગલું 4 : 40ના 4ને વદી તરીકે 68માં ઉમેરતાં

પગલું 5 : 72ના 7ને વદી તરીકે 24માં ઉમેરતાં.

પગલું 6 : ત્રાંસી લીટીઓ દૂર કરતાં.

મહાવરો : 1

ઉર્ધ્વતિર્યગ્ભ્યામ્ સૂત્રથી ગુણાકાર કરો :

(1) 13 × 22 (2) 34 × 12 (3) 32 × 33 (4) 45 × 37 (5) 68 × 73 (6) 94 × 65

*

આપેલ સંખ્યાઓના અંકોની સંખ્યા અસમાન હોય તો, અંકોની સંખ્યા સમાન બને તે માટે જરૂરી શૂન્યો સંખ્યાની આગળ મૂકીને ગુણાકાર થાય છે.

ઉદાહરણ 4 : 213 × 54

$$
\begin{array}{r}
213 \\
\times\ 054 \\
\hline
\end{array}
$$

0 / 10 + 0 / 8 + 5 + 0 / 4 + 15 / 12

= 0 / 10 / 13 / 19 / 12

= 0 / 10 / 13 / 20 / 2

= 11502

ઉત્તર : 11502

પગલું 1 :

2 1 3

0 5 4

3 × 4 = 12

પગલું 2 :

2 1 3

0 5 4

4 + 15 = 19

પગલું 3 :

2 1 3

0 5 4

(2 × 4) + (1 × 5) + (3 × 0)

= 8 + 5 + 0 = 13

પગલું 4 :

2 1 3

0 5 4

(2 × 5) + (1 × 0)

10 + 0 = 10

પગલું 5 :

2 1 3

0 5 4

2 × 0 = 0

પગલું 6 : દરેક વિભાગમાં એકમનો અંક રાખીને વદી ઉમેરતાં જતાં.

પગલું 7 : ત્રાંસી લીટીઓ દૂર કરતાં.

મહાવરો : 2

ઉર્ધ્વતિર્યગ્ભ્યામ્ સૂત્રથી ગુણાકાર કરો :

(1) 423 × 67	(2) 216 × 54	(3) 178 × 32
(4) 534 × 21	(5) 709 × 46	(6) 547 × 39

*

ઉદાહરણ 5 : 132 અને 456નો ગુણાકાર કરો અને બીજાંક દ્વારા ઉત્તરની ચકાસણી કરો.

$$
\begin{array}{r}
132 \\
\times\ 456 \\
\hline
\end{array}
$$

4 / 5 + 12 / 6 + 15 + 8 / 18 + 10 / 12

= 4 / 17 / 29 / 28 / 12

= 60192

પગલું 1 :

1 3 2

4 5 6

2 × 6 = 12

પગલું 2 :

1 3 2

4 5 6

(3 × 6) + (2 × 5)

= 18 + 10 = 28

પગલું 3 :

1 3 2

4 5 6

$(2 \times 4) + (3 \times 5) + (1 \times 6)$
$= 8 + 15 + 6 = 29$

પગલું 4 :

1 3 2

4 5 6

$(1 \times 5) + (3 \times 4)$
$= 5 + 12 = 17$

પગલું 5 :

1 3 2

4 5 6

$1 \times 4 = 4$

પગલું 6 : દરેક વિભાગમાં એકમનો અંક રાખીને વદી ઉમેરતાં જતાં.

પગલું 7 : ત્રાંસી લીટી દૂર કરતાં.

બીજાંક દ્વારા ઉત્તરની ચકાસણી,

132નો બીજાંક = 1 + 3 + 2 = 6

456નો બીજાંક = 6 = (4 + 5 = 9 ∴ 4 અને 5ને અવગણતાં)

બંને સંખ્યાઓના બીજાંકનો ગુણાકાર = 6 × 6 = 36

36નો બીજાંક = 0 ...(i)

ગુણનફળ 60192નો બીજાંક = 0 (બધા અંકોને અવગણતાં) ...(ii)

પરિણામ (i) અને (ii) સમાન છે, માટે કહી શકાય કે મળેલ ઉત્તર સાચો હોઈ શકે.

મહાવરો : 3

ઉર્ધ્વતિર્યગ્ભ્યામ્ સૂત્રથી ગુણાકાર કરો અને બીજાંકની મદદથી ઉત્તરની ચકાસણી કરો :

(1) 356 × 289	(2) 132 × 766	(3) 534 × 233
(4) 672 × 234	(5) 236 × 392	(6) 734 × 539

*

દશાંશ અપૂર્ણાંકોના ગુણાકાર પણ આ રીતે કરી શકાશે. આપણે જાણીએ છીએ કે, દશાંશચિહ્નને અવગણીને ગુણાકાર થાય છે અને ઉત્તરમાં યોગ્ય સ્થાને દશાંશચિહ્ન રાખવામાં આવે છે.

ઉદાહરણ 6 : 12.9 × 34.2

12.9
× 34.2

3 / 4 + 6 / 2 + 8 + 27 / 4 + 36 / 18
= 3 / 10 / 37 / 40 / 18
= 441.18

અહીં 129 × 342નો ગુણાકાર 44118 થાય છે. પરંતુ રકમની સંખ્યાઓમાં દશાંશચિહ્ન પછી કુલ બે અંકો છે, માટે ઉત્તરની સંખ્યામાં દશાંશચિહ્ન પછી બે અંકો રાખવામાં આવ્યા છે.

મહાવરો : 4

उर्ध्वतिर्यग्भ्याम् સૂત્રની રીતે ગુણાકાર કરો :

(1) 1.3×2.8	(2) 3.5×2.6	(3) 12.6×7.3
(4) 12.8×10.6	(5) 24.8×36.7	

ઉત્તર

મહાવરો : 1

(1) 286	(2) 408	(3) 1056
(4) 1665	(5) 4964	(6) 6110

મહાવરો : 2

(1) 28341	(2) 11664	(3) 5696
(4) 11214	(5) 32614	(6) 21333

મહાવરો : 3

(1) 102884	(2) 101112	(3) 124422
(4) 157248	(5) 92512	(6) 395626

મહાવરો : 4

(1) 3.64	(2) 9.1	(3) 91.98
(4) 135.68	(5) 910.16	

2

निखिलं સૂત્રથી ગુણાકાર

N7V7U3

વૈદિક ગણિતમાં ગુણાકાર કરવાની વિવિધ પદ્ધતિઓ છે. તેમાંની એક રીત છે, निखिलं સૂત્રથી વિચલન આધારિત ગુણાકાર.

આ સૂત્રના ઉપયોગ દ્વારા આધારથી નાની અને આધારથી મોટી તેમજ આધારની નજીકની સંખ્યાઓનો ગુણાકાર સરળતાથી કરી શકાય છે.

સૂત્ર : निखिलं नवतश्चरमं दशतः। (આ સૂત્ર ટૂંકમાં निखिलं સૂત્રના નામે ઓળખાય છે.)

અર્થ : અંતિમ દશમાંથી અને બાકીના નવમાંથી

અહીં, આપણે બે શબ્દો સમજવા જરૂરી છે.

આધાર : 10 અથવા 10 ની કોઈ પણ ઘાતથી પ્રાપ્ત સંખ્યાને આધાર તરીકે લેવાય છે, જેમકે 10, 100, 1000,... વગેરે.

વિચલનાંક : કોઈ પણ સંખ્યા આધારથી કેટલી ઓછી કે વધારે છે, તે દર્શાવતો અંક વિચલનાંક છે.

સૂત્ર મુજબ આધારથી નાની સંખ્યાના અંતિમ અંકને દસમાંથી અને બાકીના અંકોને નવમાંથી બાદ કરતાં ઋણાત્મક વિચલનાંક મળે છે. દા.ત., 988નો વિચલનાંક મેળવવા માટે આધાર 1000 માંથી 988ને બાદ કરવાને બદલે અંતિમ અંક 8ને 10 માંથી અને આગળના અંકો 8 અને 9ને ક્રમશઃ 9 માંથી બાદ કરતાં ઋણાત્મક વિચલનાંક 012 મળે. જેને, –012 તરીકે લખાય.

આધારથી મોટી સંખ્યામાંથી આધાર સંખ્યા બાદ કરતાં ધનાત્મક વિચલનાંક મળે છે. દા.ત., 1012નો આધાર 1000 છે માટે તેનો ધનાત્મક વિચલનાંક 012 મળે.

- સંખ્યા 13 એ આધાર 10થી 3 વધારે છે, તેથી વિચલનાંક +3 છે.
- સંખ્યા 106 એ આધાર 100થી 6 વધારે છે, તેથી વિચલનાંક +06 છે.
- સંખ્યા 1008 એ આધાર 1000થી 8 વધારે છે, તેથી વિચલનાંક +008 છે.
- સંખ્યા 9 એ આધાર 10થી 1 ઓછી છે, તેથી વિચલનાંક (–1) છે.
- સંખ્યા 97 એ આધાર 100થી 3 ઓછી છે, તેથી વિચલનાંક (–03) છે.

કોઈ સંખ્યા આધારથી વધુ હોય ત્યારે વિચલનાંક ધનાત્મક, જ્યારે આધારથી ઓછી હોય ત્યારે વિચલનાંક ઋણાત્મક થાય છે.

કોઈ પણ સંખ્યાનો વિચલનાંક નીચેની રીતે લખાય છે :

દા.ત.,	સંખ્યા	વિચલનાંક
	12	+2
	9	–1
	96	–04
	103	+03
	1007	+007
	992	–008

ધનાત્મક વિચલનાંકથી ગુણાકાર તે निखिलं સૂત્રનો અનુપ્રયોગ છે, પરંતુ સરળતા ખાતર પહેલાં આપણે ધનાત્મક વિચલનાંક હોય તેવી સંખ્યાઓના ગુણાકાર શીખીશું.

વિચલનાંક ધનાત્મક હોય, તેવી સંખ્યાઓનો ગુણાકાર

ઉદાહરણ 1 : 12 × 13

	12 +2
×	13 +3
	15 / 6

ઉત્તર : 156

બંને સંખ્યાઓનો આધાર 10 છે, એટલે કે બંને સંખ્યાઓ 10ની નજીક છે.

પગલું 1 : જમણો ભાગ : બંને વિચલનાંકોનો ગુણાકાર

$2 \times 3 = 6$

પગલું 2 : ડાબો ભાગ : એક સંખ્યા + બીજી સંખ્યાનો વિચલનાંક

$12 + 3$ અથવા $13 + 2 = 15$

- બે ક્રિયાઓ જુદી પાડવા માટે વચ્ચે ત્રાંસી લીટી (/)નો ઉપયોગ થાય છે.
- સંખ્યાઓ જે આધારની નજીક હોય તે આધારમાં જેટલી શૂન્ય હોય, જવાબની જમણી બાજુ તેટલા અંક મૂકીશું.

ઉદાહરણ 2 : 17 × 15

	17 +7
×	15 +5
	22 / 35

ઉત્તર : 255

અહીં આધાર દસ (10) હોવાથી જમણી બાજુ એક જ અંક મૂકાશે. બીજો અંક વદી તરીકે ડાબી બાજુ ઉમેરાશે.

પગલું 1 : જમણો ભાગ : બંને વિચલનાંકોનો ગુણાકાર

$7 \times 5 = 35$

અહીં, ફક્ત 5 જમણા ભાગમાં રહેશે, જ્યારે 3 એ વદી અંક છે.

પગલું 2 : ડાબો ભાગ : એક સંખ્યા + બીજી સંખ્યાનો વિચલનાંક + વદી

$15 + 7 + 3 = 25$ અથવા

$17 + 5 + 3 = 25$

ઉદાહરણ 3 : 102 × 103

	102 +02
×	103 +03
	105 / 06

ઉત્તર : 10506

અહીં, આધાર 100 હોવાથી જમણા ભાગના ઉત્તરમાં બે અંકો મૂકાશે.

પગલું 1 : જમણો ભાગ : બંને વિચલનાંકોનો ગુણાકાર

$2 \times 3 = 6 = 06$

બે અંકોમાં લખવા માટે 06 મુકાશે.

પગલું 2 : ડાબો ભાગ : એક સંખ્યા + બીજી સંખ્યાનો વિચલનાંક

$102 + 3 = 105$ અથવા

$103 + 2 = 105$

ઉદાહરણ 4 : 103 × 104

	103 +03
×	104 +04
	107 / 12

ઉત્તર : 10712

અહીં, આધાર 100 હોવાથી જમણા ભાગના ઉત્તરમાં બે અંકો મૂકાશે.

પગલું 1 : જમણો ભાગ : બંને વિચલનાંકોનો ગુણાકાર

$3 \times 4 = 12$

પગલું 2 : ડાબો ભાગ : એક સંખ્યા + બીજી સંખ્યાનો વિચલનાંક

$103 + 4 = 107$ અથવા

$104 + 3 = 107$

ઉદાહરણ 5 : 1003 × 1002

1003	+003
× 1002	+002
1005	/ 006

ઉત્તર : 1005006

અહીં, આધાર 1000 હોવાથી જમણી બાજુના ઉત્તરમાં ત્રણ અંકો મૂકાશે.

પગલું 1 : જમણો ભાગ : બંને વિચલનાંકોનો ગુણાકાર

3 × 2 = 6 = 006

ત્રણ અંકમાં લખવા માટે 006 મુકાશે.

પગલું 2 : ડાબો ભાગ : એક સંખ્યા + બીજી સંખ્યાનો વિચલનાંક

1003 + 2 = 1005 અથવા

1002 + 3 = 1005

મહાવરો : 1

निखिलं સૂત્રનો ઉપયોગ કરી નીચેના ગુણાકાર કરો :

(1) 11 × 14 (2) 14 × 12 (3) 15 × 14

(4) 17 × 16 (5) 103 × 101 (6) 106 × 104

(7) 108 × 103 (8) 1002 × 1004 (9) 1004 × 1006

(10) 1008 × 1007

*

વિચલનાંક ઋણાત્મક હોય, તેવી સંખ્યાઓનો ગુણાકાર

ઉદાહરણ 6 : 98 × 94

98	–02
× 94	–06
92	/ 12

ઉત્તર : 9212

બંને સંખ્યાઓનો આધાર 100 છે, તેથી જમણી બાજુના ઉત્તરમાં બે અંક મૂકાશે.

પગલું 1 : જમણો ભાગ : બંને વિચલનાંકોનો ગુણાકાર

(–2) × (–6) = 12

પગલું 2 : ડાબો ભાગ : એક સંખ્યા + બીજી સંખ્યાનો વિચલનાંક

98 + (–6) = 92 અથવા

94 + (–2) = 92

ઉદાહરણ 7 : 96 × 93

96	–04
× 93	–07
89	/ 28

ઉત્તર : 8928

પગલું 1 : જમણો ભાગ : બંને વિચલનાંકોનો ગુણાકાર

(–4) × (–7) = 28

પગલું 2 : ડાબો ભાગ : એક સંખ્યા + બીજી સંખ્યાનો વિચલનાંક

96 + (–7) = 89 અથવા

93 + (–4) = 89

ઉદાહરણ 8 : 98 × 96

98	–02
× 96	–04
94	/ 08

ઉત્તર : 9408

આધાર 100 હોવાથી જમણી બાજુના ઉત્તરમાં બે અંક મૂકાશે.

પગલું 1 : જમણો ભાગ : બંને વિચલનાંકોનો ગુણાકાર

(–2) × (–4) = 08

આધાર 100 હોવાથી જમણી બાજુ બે અંક મૂકવાના હોવાથી 08 મૂકાશે.

પગલું 2 : ડાબો ભાગ : એક સંખ્યા + બીજી સંખ્યાનો વિચલનાંક

98 + (–4) = 94 અથવા

96 + (–2) = 94

ઉદાહરણ 9 : 996 × 998

996	–004
×998	–002
994 /	008

ઉત્તર : 994008

આધાર 1000 હોવાથી જમણી બાજુના ઉત્તરમાં ત્રણ અંક મૂકાશે.

પગલું 1 : જમણો ભાગ : બંને વિચલનાંકોનો ગુણાકાર

$(-4) \times (-2) = 8 = 008$

પગલું 2 : ડાબો ભાગ : એક સંખ્યા + બીજી સંખ્યાનો વિચલનાંક

$996 + (-2) = 994$ અથવા

$998 + (-4) = 994$

આ અધ્યાયમાં આપણે બંને ધનાત્મક અને બંને ઋણાત્મક વિચલનાંકના ગુણાકાર સરળતાથી કરી શકીએ છીએ. એ જ રીતે એક સંખ્યાનું ધનાત્મક વિચલનાંક હોય અને બીજી સંખ્યાનું ઋણાત્મક વિચલનાંક હોય, તો પણ આપણે ઉપર્યુક્ત પદ્ધતિથી ગુણાકાર કરી શકીએ છીએ, પરંતુ તેના માટે ઋણાંકને ધનાંકમાં રૂપાંતર કરવાનું શીખ્યા પછી આ પ્રકારના ગુણાકાર કરી શકાય.

મહાવરો : 2

निखिलं સૂત્રનો ઉપયોગ કરી નીચેના ગુણાકાર કરો :

(1) 97 × 98	(2) 91 × 97	(3) 94 × 96
(4) 992 × 994	(5) 993 × 995	(6) 994 × 993
(7) 89 × 93	(8) 992 × 987	(9) 988 × 994

ઉત્તર

મહાવરો : 1

(1) 154	(2) 168	(3) 210	(4) 272
(5) 10403	(6) 11024	(7) 11124	(8) 1006008
(9) 1010024	(10) 1015056		

મહાવરો : 2

(1) 9506	(2) 8827	(3) 9024	(4) 986048
(5) 988035	(6) 987042	(7) 8277	(8) 979104
(9) 982072			

3

एकन्यूनेन पूर्वेण સૂત્રની રીતે ગુણાકાર

H8S5C7

વૈદિક ગણિતમાં રકમને ઓળખીને યોગ્ય સૂત્ર પસંદ કરીને તે મુજબ ગુણાકાર કરવાથી ઝડપથી અને આશ્ચર્યજનક રીતે જવાબ મળે છે.

આવા જ એક સૂત્ર एकन्यूनेन पूर्वेण ના ઉપયોગથી અને निखिलं સૂત્રની મદદથી આ અધ્યાયમાં આપણે ગુણાકાર શીખીશું. આ સૂત્રથી ચોક્કસ પ્રકારની સંખ્યાઓના ગુણાકાર મૌખિક રીતે પણ થઈ શકે છે.

સૂત્ર : 'एकन्यूनेन पूर्वेण'

एकन्यूनेन = એક કરતાં ઓછા દ્વારા, पूर्वेण = પહેલાં (પૂર્વ) વડે

અર્થ : ''પહેલાં (સંખ્યા) કરતાં એક ઓછા દ્વારા''

જે બે સંખ્યાઓનો ગુણાકાર કરવો છે તેમાંની એક સંખ્યાના બધા જ અંકો 9 હોય ત્યારે આ સૂત્ર મુજબ ગુણાકાર થઈ શકે છે. એટલે કે ગુણ્ય સંખ્યા કે ગુણક સંખ્યા 9, 99, 999, 9999,... પ્રકારની હોવી જોઈએ.

9થી બનેલી સંખ્યાને ગુણક (બીજા સ્થાને) લેવાથી ગણનક્રિયા સરળ બને છે.

1. 9થી બનેલી સંખ્યા અને બીજી સંખ્યાના અંકોની સંખ્યા સમાન હોય ત્યારે બે સંખ્યાઓનો ગુણાકાર

આ પ્રકારમાં નીચેનાં પગલાંથી ગુણાકાર કરીશું :

પગલું 1 : પૂર્વ (પ્રથમ) સંખ્યામાંથી એક ઓછું (एकन्यूनेन पूर्वेण) કરીને જવાબમાં ત્રાંસી લીટીની ડાબી બાજુ મૂકીશું.

પગલું 2 : પૂર્વ (પ્રથમ) સંખ્યાને निखिलं સૂત્ર મુજબ છેલ્લા અંકને 10માંથી અને બાકીના અંકોને 9માંથી બાદ કરીશું અને ત્રાંસી લીટીની જમણી બાજુ રાખીશું અથવા ડાબી બાજુના બધા જ અંકોને 9માંથી બાદ કરીશું અને જમણી બાજુ લખીશું.

પગલું 3 : ત્રાંસી લીટી દૂર કરતાં ગુણનફળ જવાબ મળશે.

આપણે ઉદાહરણ દ્વારા સમજીએ :

ઉદાહરણ 1 : 46 × 99

$$\begin{array}{r} 46 \\ \times\ \ 99 \\ \hline 45\ /\ 54 \\ =\ 4554 \end{array}$$

પગલું 1 : પૂર્વ સંખ્યા 46માંથી એક ઓછા કરતાં 46 – 1 = 45 જે લીટીની ડાબી બાજુ મૂકતાં.

પગલું 2 : निखिलं સૂત્ર મુજબ 46ના અંકોમાં (છેલ્લા)ને 10માંથી 4 (બાકીના) અંકને 9માંથી બાદ કરતાં 54 મળે, જે લીટીની જમણી બાજુએ મૂકતાં અથવા '45'ના બંને અંકોને '9'માંથી ક્રમશઃ બાદ કરતાં.

પગલું 3 : ત્રાંસી લીટી દૂર કરતાં.

ઉદાહરણ 2 : 481 × 999

481 × 999 480 / 519 = 480519	**પગલું 1 :** 481 – 1 = 480 **પગલું 2 :** निखिलं સૂત્ર મુજબ 481માંના 1ને 10માંથી તથા 4 અને 8ને 9માંથી બાદ કરતાં અથવા 4, 8, 0 ને 9માંથી ક્રમશઃ બાદ કરતાં. **પગલું 3 :** ત્રાંસી લીટી દૂર કરતાં.

ઉદાહરણ 3 : 3547 × 9999

3547 × 9999 3546 / 6453 = 35466453	**પગલું 1 :** 3547 – 1 = 3546 **પગલું 2 :** 3, 5, 4 અને 6ને 9માંથી ક્રમશઃ બાદ કરતાં.

ઉદાહરણ 4 : 99999 × 83653

83653
× 99999
83652 / 16347
= 8365216347

આ રીતનો મહાવરો થયા બાદ ત્રાંસી લીટી મૂક્યા વગર એક જ લાઈનમાં આપણે જવાબ લખી શકીએ છીએ.

ઉદાહરણ 5 : 246893 × 999999

246893
× 999999
246892753107

મહાવરો : 1

एकन्यूनेन पूर्वेण સૂત્રની રીતે ગુણાકાર કરો :

(1) 37 × 99 (2) 99 × 64 (3) 486 × 999
(4) 999 × 187 (5) 3068 × 9999 (6) 9999 × 9852
(7) 12345 × 99999 (8) 99999 × 54321 (9) 246802 × 999999
(10) 999999 × 357942

*

2. 9થી બનેલી સંખ્યાના અંકો કરતાં બીજી સંખ્યાના અંકો ઓછા હોય તેવી બે સંખ્યાઓનો ગુણાકાર

જ્યારે 9થી બનેલી સંખ્યા કરતાં બીજી સંખ્યાના અંક ઓછા હોય ત્યારે બીજી સંખ્યાની આગળ જરૂરી શૂન્યો મૂકીને બંને સંખ્યાઓના અંકોની સંખ્યા સમાન કરીને આગળની રીતે જ ગુણાકાર કરવામાં આવે છે.

ઉદાહરણ 6 : 65 × 999

$$\begin{array}{r} 065 \\ \times \quad 999 \\ \hline 064 \ / \ 935 \end{array}$$

= 64935

પગલું 1 : 65ને 065 લખતાં બંને સંખ્યાઓના અંકોની સંખ્યા સમાન થશે.

પગલું 2 : 065 – 1 = 064

પગલું 3 : 064ના અંકોને 9માંથી ક્રમશઃ બાદ કરતાં.

ઉદાહરણ 7 : 78 × 9999

$$\begin{array}{r} 0078 \\ \times \quad 9999 \\ \hline 0077 \ / \ 9922 \end{array}$$

= 779922

ઉદાહરણ 8 : 539 × 9999

$$\begin{array}{r} 0539 \\ \times \quad 9999 \\ \hline 0538 \ / \ 9461 \end{array}$$

= 5389461

ઉદાહરણ 9 : 99999 × 483

$$\begin{array}{r} 00483 \\ \times \quad 99999 \\ \hline 00482 \ / \ 99517 \end{array}$$

= 48299517

મહાવરો : 2

एकन्यूनेन पूर्वेण સૂત્રની રીતે ગુણાકાર કરો :

(1) 72 × 999	(2) 999 × 92	(3) 246 × 9999
(4) 9999 × 567	(5) 852 × 99999	(6) 99999 × 246

*

3. 9થી બનેલી સંખ્યાના અંકોની સંખ્યા કરતાં બીજી સંખ્યાના અંકોની સંખ્યા વધારે હોય ત્યારે બે સંખ્યાઓનો ગુણાકાર

જ્યારે બીજી સંખ્યાના અંકોની સંખ્યા વધુ હોય ત્યારે નીચેનાં પગલાંથી ગુણાકાર થશે :

પગલું 1 : પૂર્વની સંખ્યામાંથી એક ઓછો કરીને તેની પાછળ 9થી બનેલી સંખ્યા રાખવી.

પગલું 2 : આ નવી બનેલ સંખ્યામાંથી एकन्यूनेन पूर्वेण (પૂર્વથી એક ઓછી થયેલી) સંખ્યા બાદ કરવી.

ઉદાહરણ 10 : 162×99

$$\begin{array}{r} 162 \\ \times \quad 99 \\ \hline 16199 \\ - \quad 161 \\ \hline 16038 \end{array}$$

પગલું 1 : $162 - 1 = 161$

પગલું 2 : 161ની પાછળ 99 લખતાં 16199 થશે.

પગલું 3 : 16199માંથી 161 બાદ કરતાં.

$= 16038$

ઉદાહરણ 11 : 1763×99

$$\begin{array}{r} 1763 \\ \times \quad 99 \\ \hline 176299 \\ - \quad 1762 \\ \hline 174537 \end{array}$$

$= 174537$

ઉદાહરણ 12 : 999×8563

$$\begin{array}{r} 8563 \\ \times \quad 999 \\ \hline 8562999 \\ - \quad 8562 \\ \hline 8554437 \end{array}$$

$= 8554437$

ઉદાહરણ 13 : 789123×9999 ગુણાકાર કરીને બીજાંકની મદદથી ઉત્તરનો તાળો મેળવો.

$$\begin{array}{r} 789123 \\ \times \quad 9999 \\ \hline 7891229999 \\ - \quad 789122 \\ \hline 7890440877 \end{array}$$

ઉત્તરની ચકાસણી :

(1) 789123નો બીજાંક = 3 (અહીં 9 અને જેનો સરવાળો 9 થાય છે તેવા અંકોને અવગણતાં)

(2) 9999નો બીજાંક = 0 (માત્ર 9 થી બનેલી સંખ્યાઓનો બીજાંક હંમેશાં 9 અથવા 0 થાય.)

(3) $3 \times 0 = 0$ ...(i)

(4) 7890440877નો બીજાંક = 7 + 8 + 0 + 4 + 4 + 0 + 8 + 7 + 7

= 45

= 0 ...(ii)

પરિણામ (i) અને (ii) પરથી કહી શકાય કે, ઉત્તર ખોટો નથી. સંક્ષિપ્તમાં ઉત્તરની ચકાસણી આ રીતે કરી શકાય છે. આ રીતમાં, ગુણ્ય અને ગુણકના બીજાંકના ગુણાકારનો બીજાંક હંમેશાં 0 થશે. માટે માત્ર ઉત્તર સંખ્યાનો બીજાંક 0 હોય, તો કહી શકાય કે ઉત્તર સાચો હોઈ શકે.

મહાવરો : 3

एकन्यूनेन पूर्वेण સૂત્રથી ગુણાકાર કરો અને ઉત્તરની ચકાસણી કરો :

(1) 99 × 454 (2) 398 × 99 (3) 999 × 1468

(4) 2454 × 9999 (5) 53206 × 99999

ઉત્તર

મહાવરો : 1

(1) 3663 (2) 6336 (3) 485514 (4) 186813

(5) 30676932 (6) 98510148 (7) 1234487655 (8) 5432045679

(9) 246801753198 (10) 357941642058

મહાવરો : 2

(1) 71928 (2) 91908 (3) 2459754 (4) 5669433

(5) 85199148 (6) 24599754

મહાવરો : 3

(1) 44946 (2) 39402 (3) 1466532 (4) 24537546

(5) 5320546794

4

સંખ્યાઓનો વર્ગ

C3Y4S1

કોઈ પણ સંખ્યાને તે જ સંખ્યા વડે ગુણવાથી મળતા ગુણનફળને તે સંખ્યાનો વર્ગ કહેવાય છે.

દા.ત., $8 \times 8 = 64$, $6 \times 6 = 36$, $4 \times 4 = 16$

જેને સંકેતમાં, $8^2 = 64$, $6^2 = 36$, $4^2 = 16$ લખાય.

અહીં, વર્ગ કરવાની વૈદિક ગણિતની વિવિધ રીતો પૈકી બે રીતનો અભ્યાસ કરીશું.

(1) પંચાન્ત સંખ્યાઓનો વર્ગ

(2) यावदूनम् સૂત્રની મદદથી વર્ગ

(1) પંચાન્ત સંખ્યાઓનો વર્ગ :

જે સંખ્યાનો એકમનો અંક 5 હોય તેવી સંખ્યાઓને પંચાન્ત સંખ્યા કહેવાય છે.

દા.ત., 15, 25, 35,..., 105, 125,..., 225,...

સૂત્ર : एकाधिकेन पूर्वेण

અર્થ : પહેલા કરતાં એક વધારે દ્વારા

સૂત્ર : अंत्योर्दशकेऽपि

અર્થ : 'અંતિમ અંકોનો સરવાળો દસ થાય ત્યારે પણ'

ઉપરના સૂત્ર દ્વારા નીચેનાં પગલાંથી વર્ગ કરી શકાય :

પગલું 1 : બે ભાગમાં ઉત્તર મળશે જે ત્રાંસી લીટીથી દર્શાવવા.

પગલું 2 : એકમનો અંક '5'નો વર્ગ 25 જમણી બાજુ મૂકવા.

પગલું 3 : એકમના અંક '5'ની આગળના અંકોથી બનતી સંખ્યામાં 1 ઉમેરવો એટલે કે એકાધિક કરવો.

પગલું 4 : જે એકાધિક છે તેને એકમના અંક '5'ની આગળના અંકોથી બનતી સંખ્યા સાથે ગુણીને ત્રાંસી લીટીની ડાબી બાજુ મૂકવા.

પગલું 5 : ત્રાંસી લીટી વચ્ચેથી દૂર કરવાથી ઉત્તર મળશે.

ઉદાહરણ 1 : 35નો વર્ગ શોધો.

35^2

= 12 / 25

ઉત્તર = 1225

પગલું 1 : જમણો ભાગ $= 5^2 = 5 \times 5 = 25$

પગલું 2 : ડાબો ભાગ $= 3 \times 4 = 12$

પગલું 3 : 1225 (ત્રાંસી લીટી દૂર કરતાં)

ઉદાહરણ 2 : 65^2ની કિંમત શોધો.

65^2

= 42 / 25

ઉત્તર = 4225

પગલું 1 : જમણો ભાગ $= 5^2 = 5 \times 5 = 25$

પગલું 2 : ડાબો ભાગ $= 6 \times 7 = 42$

પગલું 3 : 4225 (ત્રાંસી લીટી દૂર કરતાં)

ઉદાહરણ 3 : 195^2ની કિંમત શોધો.

195^2

$= 19 \times 20 / 25$

$= 380 / 25$

ઉત્તર = 38025

ઉદાહરણ 4 : 995^2 શોધો.

995^2

$= 99 \times 100 / 25$

$= 9900 / 25$

ઉત્તર = 990025

મહાવરો : 1

एकाधिकेन पूर्वेण ની મદદથી વર્ગ શોધો :

(1) 15	(2) 25	(3) 75	(4) 85
(5) 95	(6) 105	(7) 205	(8) 295
(9) 505	(10) 795	(11) 805	(12) 1005

*

(2) यावदूनम् સૂત્રની મદદથી વર્ગ :

સૂત્ર : यावदूनम् तावदूनी कृत्यं वर्गम् च योजयेत्।

અર્થ : 'જેટલું ઓછું હોય તેટલું ઓછું કરીને વર્ગ કરો.'

[यावत् = જેટલું, ऊनम् = ઓછું, तावत् = તેટલું, ऊनीकृत्यं = ઓછું કરીને, च = અને, योजयेत् = કરવું]

ઉપરના સૂત્રથી જે સંખ્યા 10, 100, 1000,... વગેરે આધારથી ઓછી હોય તેવી સંખ્યાઓનો વર્ગ નીચેનાં પગલાંથી શોધી શકાય :

પગલું 1 : સંખ્યાનો આધાર લખો.

પગલું 2 : વિચલનાંક શોધીને લખો.

પગલું 3 : વિચલનાંકનો વર્ગ કરીને લખો.

પગલું 4 : આધાર સંખ્યાનાં શૂન્યોની સંખ્યા જેટલા અંકો ત્રાંસી લીટીની જમણી બાજુ રહેશે.

પગલું 5 : જો આધાર સંખ્યાનાં શૂન્યોની સંખ્યા કરતાં જમણી બાજુના અંકો ઓછા હોય, તો જરૂરી શૂન્યો મૂકીને સમાન અંકો કરવા.

પગલું 6 : જો આધાર સંખ્યાની શૂન્યોની સંખ્યા કરતાં જમણી બાજુના અંકો વધુ હોય, તો એકમના અંકની આગળના અંકો વદી તરીકે ડાબી બાજુએ ઉમેરવા.

પગલું 7 : સંખ્યામાંથી વિચલનાંક બાદ કરી ડાબા ભાગમાં લખવું.

ઉદાહરણ 5 : 97નો વર્ગ શોધો.

97^2

$= (97 - 3) / 3^2$

$= 94 / 09$

ઉત્તર = 9409

પગલું 1 : આધાર 100

પગલું 2 : વિચલનાંક 100 – 97 = 3

પગલું 3 : જમણો ભાગ = $(\text{વિચલનાંક})^2$

$= 3^2 = 09$

પગલું 4 : ડાબો ભાગ = સંખ્યા – વિચલનાંક

= 97 – 3 = 94

પગલું 5 : ત્રાંસી લીટી દૂર કરતાં ઉત્તર મળે.

ઉદાહરણ 6 : 94નો વર્ગ શોધો.

94^2

$= 94 - 6 / 6^2$

$= 88 / 36$

ઉત્તર = 8836

ઉદાહરણ 7 : 996^2 ની કિંમત મેળવો.

996^2

$= 996 - 4 / 4^2$

$= 992 / 016$

ઉત્તર = 992016

પગલું 1 : આધાર 1000

પગલું 2 : જમણો ભાગ = $(\text{વિચલનાંક})^2$

$= 4^2 = 16$

16ને બદલે 016 = 016

પગલું 3 : ડાબો ભાગ = સંખ્યા – વિચલનાંક

= 996 – 4 = 992

પગલું 4 : ત્રાંસી લીટી દૂર કરતાં ઉત્તર મળે.

ઉદાહરણ 8 : 993^2ની કિંમત શોધો.

993^2

$= (993 - 7) / 7^2$

$= 986 / 049$

ઉત્તર = 986049

મહાવરો : 2

यावदूनम् સૂત્રની રીતે સંખ્યાઓનો વર્ગ શોધો :

(1) 99	(2) 98	(3) 96	(4) 95
(5) 998	(6) 997	(7) 994	(8) 995

*

यावदूनम् સૂત્રનો અનુપ્રયોગ

આધારથી મોટી સંખ્યા હોય તેવી સંખ્યાનો વર્ગ કરવા માટે આગળની રીતનાં પગલાં અનુસરવાં. માત્ર પગલું 7માં નીચે પ્રમાણે ફેરફાર થશે :

પગલું 7 : સંખ્યામાં વિચલનાંક ઉમેરી ડાબા ભાગમાં લખવું.

ઉદાહરણ 9 : 12નો વર્ગ મેળવો.

12^2

$= (12 + 2) / 2^2$

$= 14 / 4$

ઉત્તર = 144

પગલું 1 : આધાર 10

પગલું 2 : વિચલનાંક = 2

પગલું 3 : જમણા ભાગમાં = 2^2 = 4

પગલું 4 : ડાબા ભાગમાં = સંખ્યા + વિચલનાંક

= 12 + 2 = 14

પગલું 5 : ત્રાંસી લીટી દૂર કરતાં ઉત્તર મળે.

ઉદાહરણ 10 : 14નો વર્ગ મેળવો.

14^2

$= (14 + 4) / 4^2$

$= 18 / 16$

ઉત્તર = 196

પગલું 1 : આધાર 10

પગલું 2 : વિચલનાંક = 4

પગલું 3 : જમણા ભાગમાં = 4^2 = 16

પગલું 4 : ડાબા ભાગમાં = સંખ્યા + વિચલનાંક = 14 + 4 = 18

પગલું 5 : 16ના 1ને વદી તરીકે લઈ 18 માં ઉમેરતાં.

પગલું 6 : ત્રાંસી લીટી દૂર કરતાં ઉત્તર મળે.

ઉદાહરણ 11 : 18^2 ની કિંમત શોધો.

18^2

$= 18 + 8 / 8^2$

$= 26 / 64$

ઉત્તર = 324

પગલું 1 : આધાર 10

પગલું 2 : વિચલનાંક = 8

પગલું 3 : જમણા ભાગમાં = 8^2 = 64

પગલું 4 : ડાબા ભાગમાં = સંખ્યા + વિચલનાંક = 18 + 8 = 26

પગલું 5 : 6ને 26 માં ઉમેરતાં.

પગલું 6 : ત્રાંસી લીટી દૂર કરતાં ઉત્તર મળે.

ઉદાહરણ 12 : 108^2 ની કિંમત શોધો.

108^2

$= (108 + 8) / 8^2$

$= 116 / 64$

ઉત્તર = 11664

પગલું 1 : આધાર 100

પગલું 2 : વિચલનાંક = 8

પગલું 3 : જમણા ભાગમાં = $(8)^2$ = 64

પગલું 4 : ડાબા ભાગમાં = સંખ્યા + વિચલનાંક

= 108 + 8 = 116

પગલું 5 : ત્રાંસી લીટી દૂર કરતાં ઉત્તર મળે.

ઉદાહરણ 13 : 1003^2 ની કિંમત શોધો.

1003^2

$= 1003 + 3 / 3^2$

$= 1006 / 009$

ઉત્તર = 1006009

પગલું 1 : આધાર 1000

પગલું 2 : વિચલનાંક = 3

પગલું 3 : જમણા ભાગમાં = $(3)^2$ = 009

પગલું 4 : ડાબા ભાગમાં = સંખ્યા + વિચલનાંક

= 1003 + 3 = 1006

પગલું 5 : ત્રાંસી લીટી દૂર કરતાં ઉત્તર મળે.

ઉદાહરણ 14 : $195^2 = 38025$ ને બીજાંકથી ચકાસો.

ડાબી બાજુ બીજાંક $= 195^2 = (1 + 9 + 5)^2 = (15)^2$

$= (1 + 5)^2$

$= (6)^2$

$= 36$

$= 0$ (3 અને 6ને અવગણતાં)

38025 નો બીજાંક $= 3 + 8 + 0 + 2 + 5$

$= 18$

બીજાંક $= 0$ બંને બીજાંક સમાન મળે છે માટે ઉત્તર સાચો હોઈ શકે.

મહાવરો : 3

વર્ગ શોધો :

(1) 13	(2) 11	(3) 16	(4) 18
(5) 19	(6) 104	(7) 103	(8) 106
(9) 109	(10) 1004	(11) 1008	(12) 1005

*

ઉત્તર

મહાવરો : 1

(1) 225	(2) 625	(3) 5625	(4) 7225
(5) 9025	(6) 11025	(7) 42025	(8) 87025
(9) 255025	(10) 632025	(11) 648025	(12) 1010025

મહાવરો : 2

(1) 9801	(2) 9604	(3) 9216	(4) 9025
(5) 996004	(6) 994009	(7) 988036	(8) 990025

મહાવરો : 3

(1) 169	(2) 121	(3) 256	(4) 324
(5) 361	(6) 10816	(7) 10609	(8) 11236
(9) 11881	(10) 1008016	(11) 1016081	(12) 1010025

5

વિભાજ્યતા

P2N1V3

કોઈ પણ ભાજ્ય સંખ્યાને ભાજક સંખ્યા વડે ભાગતાં શેષ શૂન્ય રહે, તો તે ભાજ્ય ભાજક વડે વિભાજ્ય છે એમ કહેવાય.

ભાજ્ય એ ભાજકનો અવયવી છે અને ભાજક એ ભાજ્યનો અવયવ છે, એમ પણ કહી શકાય.

અગાઉ આપણે 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10 થી વિભાજ્યતાના નિયમોનો અભ્યાસ કરેલ છે. અહીં આપણે **7** અને **13** ની વિભાજ્યતાનો અભ્યાસ કરીશું.

સૂત્ર : 'एकन्यूनेन पूर्वेण'

અર્થ : 'પહેલાં કરતાં એક ઓછાં દ્વારા'

સૂત્ર : 'एकाधिकेन पूर्वेण'

અર્થ : 'પહેલાં કરતાં એક વધારે દ્વારા'

વૈદિક ગણિતમાં વિભાજ્યતા પરીક્ષણની રીતને આશ્લેષક વિધિ કહે છે. આ વિધિમાં ભાજકનો એકમનો અંક 1 અથવા 9 હોવો જોઈએ. જે ભાજકનો એકમનો અંક 1 અથવા 9 હોય તેને પ્રભાવી ભાજક કહે છે.

જો ભાજકનો એકમનો અંક 1 અથવા 9 ન હોય, તો તેને એવી સંખ્યાથી ગુણાકાર કરો કે જેથી ગુણનફળ તે પ્રભાવી ભાજક બને છે.

- પ્રભાવી ભાજકને સૂત્ર 'एकन्यूनेन पूर्वेण' અથવા સૂત્ર 'एकाधिकेन पूर्वेण'ના પ્રયોગ દ્વારા શૂન્યાંત સંખ્યામાં બદલી દેવામાં આવે છે.
- શૂન્યાંત સંખ્યાનો શૂન્ય હટાવી દેતા જે અંક અથવા સંખ્યા શેષ બચે છે તેને આશ્લેષક કહે છે.
- પ્રભાવી ભાજકમાં એકમના અંક 1 થી પ્રાપ્ત આશ્લેષક ઋણાત્મક તથા એકમના અંક 9 થી પ્રાપ્ત આશ્લેષક ઘનાત્મક કહેવાય છે.
- આ આશ્લેષકથી જ વિભાજ્યતાનું પરીક્ષણ કરી શકાય છે.
- સંખ્યામાંથી એક આશ્લેષકને બાદ કરતાં બીજો આશ્લેષક મળે છે.

  જેનો એકમનો અંક 7 હોય, તેવા આપેલ ભાજકને 7 વડે ગુણાકાર કરી તેને એકાધિક પ્રયોગ દ્વારા શૂન્યાંત સંખ્યામાં બદલીને આ શૂન્ય દૂર કરતાં જે સંખ્યા શેષ બચે તે ધન આશ્લેષક મળશે.

  ભાજકને 3 વડે ગુણાકાર કરી તેને એકન્યૂન પ્રયોગ દ્વારા શૂન્યાંત સંખ્યામાં બદલીને આ શૂન્ય દૂર કરતાં જે સંખ્યા શેષ બચે તે ઋણ આશ્લેષક મળશે.
- બેમાંથી નાના આશ્લેષકનો ઉપયોગ કરવાથી ગણતરી સરળ બનશે.

નીચેના કોષ્ટકનો અભ્યાસ કરવાથી આશ્લેષકો શોધવાનું સમજી શકાશે :

કોષ્ટક 1

ભાજક	પ્રભાવી ભાજક (7 વડે ગુણતાં) × 7	એકાધિક કરતાં મળતી શૂન્યાંત સંખ્યા	શૂન્ય દૂર કરતાં ધન આશ્લેષક	ઋણ આશ્લેષક (ભાજકમાંથી ધન આશ્લેષક બાદ કરતાં)
7	49	50	5	2
17	119	120	12	5
27	189	190	19	8
37	259	260	26	11
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

કોષ્ટક 2

ભાજક	પ્રભાવી ભાજક (3 વડે ગુણતાં) × 3	એકન્યૂન કરતાં મળતી શૂન્યાંત સંખ્યા	શૂન્ય દૂર કરતાં ઋણ આશ્લેષક	ભાજકમાંથી ઋણ આશ્લેષક બાદ કરતાં ધન આશ્લેષક
7	21	20	2	5
17	51	50	5	12
27	81	80	8	19
37	111	110	11	26
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

મહાવરો : 1

ખાલી જગ્યા પૂરો :

(1) 17 નો પ્રભાવી ભાજક .... અથવા .... મળે.

(2) 329 પ્રભાવી ભાજકનો એકાધિક .... મળે.

(3) 7 નો ધન આશ્લેષક .... મળે.

(4) 27 નો ઋણ આશ્લેષક .... મળે.

(5) 260 શૂન્યાંત સંખ્યામાંથી શૂન્ય દૂર કરતાં ધન આશ્લેષક .... મળે.

*

7 વડે ધન આશ્લેષકથી વિભાજ્યતા

ભાજ્યનો એકમનો અંક દૂર કરો અને દૂર કરેલ આ અંકને ધન આશ્લેષક 5 વડે ગુણી બાકી રહેતી સંખ્યામાં ઉમેરતાં જતાં પરિણામ 7 વડે વિભાજ્ય સંખ્યા મળે, તો ભાજ્ય સંખ્યા 7 વડે વિભાજ્ય છે.

7 વડે ઋણ આશ્લેષકથી વિભાજ્યતા

ભાજ્યનો એકમનો અંક દૂર કરો અને દૂર કરેલ આ અંકને ઋણ આશ્લેષક 2 વડે ગુણી બાકી રહેતી સંખ્યામાંથી બાદ કરતાં જતાં પરિણામ 7 વડે વિભાજ્ય સંખ્યા મળે, તો આપેલ ભાજ્ય સંખ્યા 7 વડે વિભાજ્ય છે એમ કહી શકાય.

ઉદાહરણ 1 : ધન આશ્લેષક 5 દ્વારા 1295ની 7 વડે વિભાજ્યતા ચકાસો.

ઉકેલ :

$$\begin{array}{r} 129\cancel{5} \\ +\quad 25 \\ \hline 15\cancel{4} \\ +\quad 20 \\ \hline 35 \end{array}$$

પગલાં :

(1) એકમનો અંક દૂર કરતાં

(2) એકમનો અંક 5 × 5 = 25 ને 129માં ઉમેરતાં

(3) 154ના 4 દૂર કરી હવે 4 × 5 = 20 ને 15માં ઉમેરતાં

(4) સરવાળો = 35 જે 7થી વિભાજિત થાય છે.

તેથી આપેલ સંખ્યા 1295 એ 7થી વિભાજ્ય છે.

ઉદાહરણ 2 : ઋણ આશ્લેષક 2 દ્વારા 1295ની 7 વડે વિભાજ્યતા ચકાસો.

ઉકેલ :

$$\begin{array}{r} 129\cancel{5} \\ -\quad 10 \\ \hline 11\cancel{9} \\ -\quad 18 \\ \hline -7 \end{array}$$

પગલાં :

(1) એકમનો અંક 5 દૂર કરતાં

(2) એકમનો અંક 5 × 2 = 10 ને 129માંથી બાદ કરતાં

(3) બાદબાકી = 119. હવે 9 × 2 = 18 ને 11માંથી બાદ કરતાં.

(4) બાદબાકી = −7 જે 7થી વિભાજિત થાય છે.

તેથી આપેલ સંખ્યા 1295 એ 7થી વિભાજ્ય છે.

આવી ગણતરીઓ મૌખિક રીતે કરવાથી પ્રશ્નનો ઉકેલ ઝડપથી અને ટૂંકી પદ્ધતિથી થઈ શકે છે. આગળના ઉદાહરણ પરથી શીખીશું.

ઉદાહરણ 3 : ધન આશ્લેષક 5 દ્વારા 4165ની 7 વડે વિભાજ્યતા ચકાસો.

ઉકેલ :

$$\begin{array}{r} 4\ 1\ 6\ \cancel{5} \\ +\qquad 2\ 5 \\ \hline 4\ 4\ \cancel{1} \\ +\qquad 5 \\ \hline 4\ 9 \end{array}$$

49 એ 7 વડે વિભાજ્ય છે.

∴ 4165 એ 7 વડે વિભાજ્ય છે.

ઉદાહરણ 4 : આશ્લેષક 5 દ્વારા 2323ની 7 વડે વિભાજ્યતા ચકાસો.

ઉકેલ :

$$\begin{array}{r} 232\cancel{3} \\ +\quad 15 \\ \hline 24\cancel{7} \\ +\quad 35 \\ \hline 59 \end{array}$$

59 એ 7 વડે વિભાજ્ય નથી.

∴ 2323 એ 7 વડે વિભાજ્ય નથી.

ઉપર્યુક્ત રીતે 17, 37, 47 જેવી અવિભાજ્ય સંખ્યાની વિભાજ્યતા ચકાસી શકાય છે. જેનો આગળના ધોરણમાં અભ્યાસ કરીશું.

મહાવરો : 2

2. ધન આશ્લેષક 5 દ્વારા નીચેની સંખ્યાઓની 7 વડે વિભાજ્યતા ચકાસો :

(1) 4578 (2) 6706 (3) 70038 (4) 64162

2. ઋણ આશ્લેષક 2 દ્વારા નીચેની સંખ્યાઓની 7 વડે વિભાજ્યતા ચકાસો :

(1) 25176 (2) 39567 (3) 23282 (4) 22680

*

હવે આપણે એકમનો અંક 3 હોય તેવી ભાજક સંખ્યાના આશ્લેષકો કેવી રીતે મળશે તે નીચેના કોષ્ટકો પરથી સમજીશું.

કોષ્ટક 3

ભાજક	પ્રભાવી ભાજક (3 વડે ગુણતાં) × 3	એકાધિક કરતાં મળતી શૂન્યાંત સંખ્યા	શૂન્ય દૂર કરતાં ધન આશ્લેષક	ભાજકમાંથી ધન આશ્લેષક બાદ કરતાં ઋણ આશ્લેષક
3	9	10	1	2
13	39	40	4	9
23	69	70	7	16
33	99	100	10	23
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.

કોષ્ટક 4

ભાજક	પ્રભાવી ભાજક (7 વડે ગુણતાં) × 7	એકન્યૂન કરતાં શૂન્યાંત સંખ્યા	શૂન્ય દૂર કરતાં ઋણ આશ્લેષક	ભાજકમાંથી ઋણ આશ્લેષક બાદ કરતાં ધન આશ્લેષક
3	21	20	2	1
13	91	90	9	4
23	161	160	16	7
33	231	230	23	10
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.

મહાવરો : 3

ખાલી જગ્યા પૂરો :

(1) 13 નો પ્રભાવી ભાજક .... અથવા .... છે.

(2) 99 નો એકાધિક .... મળે.

(3) 23 નો ધન આશ્લેષક .... છે.

(4) 33 નો ઋણ આશ્લેષક .... છે.

(5) 130 શૂન્યાંત સંખ્યામાંથી .... આશ્લેષક મળે.

*

• 13 વડે વિભાજ્યતા :

ઉદાહરણ 5 : ધન આશ્લેષક 4 દ્વારા 1144ની 13 વડે વિભાજ્યતા ચકાસો.

ઉકેલ :

$$\begin{array}{r} 114\cancel{4} \\ +\quad 16 \\ \hline 13\cancel{0} \\ +\quad 00 \\ \hline 13 \end{array}$$

પગલાં :

(1) એકમનો અંક 4 દૂર કરતાં

(2) એકમનો અંક 4 × 4 = 16 ને 114માં ઉમેરતાં

(3) સરવાળો 130. હવે 0 × 4 = 0 ને 13માં ઉમેરતાં

(4) સરવાળો = 13 જે 13થી વિભાજિત થાય છે.

તેથી આપેલ સંખ્યા 13થી વિભાજિત થઈ શકે તેમ છે.

ઉદાહરણ 6 : ઋણ આશ્લેષક 9 દ્વારા 1144ની 13 વડે વિભાજ્યતા ચકાસો.

ઉકેલ :

$$\begin{array}{r} 114\cancel{4} \\ -\quad 36 \\ \hline 78 \end{array}$$

પગલાં :

(1) એકમનો અંક 4 દૂર કરતાં

(2) એકમનો અંક 4 × ઋણ આશ્લેષક 9 = 36 ને 114માંથી બાદ કરતાં

(3) સરવાળો 78 જે 13 વડે વિભાજ્ય છે.

તેથી આપેલ સંખ્યા 13થી વિભાજિત થઈ શકે તેમ છે.

ઉદાહરણ 7 : ધન આશ્લેષક 4 દ્વારા 1233ની 13 વડે વિભાજ્યતા ચકાસો.

ઉકેલ : 13ની વિભાજ્યતા ધન આશ્લેષક 4 વડે ચકાસવી સરળ પડે છે, માટે આપણે ધન આશ્લેષકનો જ ઉપયોગ કરીશું.

$$
\begin{array}{rcccc}
 & 1 & 2 & 3 & \cancel{3} \\
+ & & 1 & 2 & \\
\hline
 & 1 & 3 & \cancel{5} & \\
+ & 2 & 0 & & \\
\hline
 & 3 & 3 & &
\end{array}
$$

33 એ 13 વડે વિભાજ્ય નથી.

∴ 1233 એ 13 વડે વિભાજ્ય નથી.

ઉદાહરણ 8 : ધન આશ્લેષક 4 દ્વારા 31889ની 13 વડે વિભાજ્યતા ચકાસો.

ઉકેલ :

$$
\begin{array}{rccccc}
 & 3 & 1 & 8 & 8 & \cancel{9} \\
+ & & & 3 & 6 & \\
\hline
 & 3 & 2 & 2 & \cancel{4} & \\
+ & & 1 & 6 & & \\
\hline
 & 3 & 3 & \cancel{8} & & \\
 & 3 & 2 & & & \\
\hline
 & 6 & 5 & & &
\end{array}
$$

65 એ 13 વડે વિભાજ્ય છે.

∴ 31889 એ 13 વડે વિભાજ્ય છે.

ઉપર્યુક્ત રીતે 23, 43, 53 જેવી અવિભાજ્ય સંખ્યાની વિભાજ્યતા ચકાસી શકાય છે, જેનો આગળના ધોરણમાં અભ્યાસ કરીશું.

મહાવરો : 4

નીચે આપેલી સંખ્યાઓની 13 વડે વિભાજ્યતા ચકાસો :

(1) 728 (2) 1342 (3) 1989 (4) 2704

(5) 8227 (6) 5850 (7) 20592 (8) 68454

ઉત્તર

મહાવરો : 1

(1) 51, 119	(2) 330	(3) 5	(4) 8
(5) 26			

મહાવરો : 2

1.	(1) હા	(2) હા	(3) ના	(4) હા
2.	(1) ના	(2) ના	(3) હા	(4) હા

મહાવરો : 3

(1) 39, 91	(2) 100	(3) 7	(4) 23
(5) 13			

મહાવરો : 4

(1) હા	(2) ના	(3) હા	(4) હા
(5) ના	(6) હા	(7) હા	(8) ના

6

ઋણાંકથી ઘડિયાની રચના

L2Q6J6

આપણે ધોરણ 6માં ઘડિયાની રચના કરતાં શીખી ગયા છીએ. અહીં આપણે ઋણાંકના ઉપયોગથી ઘડિયા બનાવવાનું શીખીશું. ઋણાંક એ વૈદિક ગણિતમાં સંખ્યાલેખનની વિશિષ્ટ પદ્ધતિ છે. જેના દ્વારા આપણે 5 થી મોટી સંખ્યાને 0 થી 5 સુધીના અંકોનો ઉપયોગ કરી લખી શકીએ છીએ.

મોટા અંકોનો ઉપયોગ ન થવાથી જવાથી વિવિધ ગાણિતિક ક્રિયાઓ સરળ અને ઝડપી બને છે. અહીં આપણે ઋણાંકોના ઉપયોગ દ્વારા ફક્ત ઘડિયા બનાવવાનું શીખીશું. પરંતુ ઋણાંક દ્વારા સરવાળા-બાદબાકી, મિશ્રિત ગણના, ગુણાકાર, ભાગાકાર જેવી ક્રિયાઓ પણ સરળ બનાવી શકાય છે.

સંખ્યાને ઋણાંકમાં પરિવર્તિત કરવા માટે નીચેનાં સૂત્રોનો ઉપયોગ થાય છે :

(1) निखिलं नवतश्चरमं दशतः

અર્થ : બધા નવમાંથી અને અંતિમ દસમાંથી

(2) एकाधिकेन पूर्वेण

અર્થ : પહેલા કરતાં એક વધારે દ્વારા

સંખ્યાને ઋણાંકમાં પરિવર્તિત કરવાનું ઉદાહરણ દ્વારા સમજીએ :

ઉદાહરણ 1 : 17 ને ઋણાંકના ઉપયોગથી લખો.

પગલું 1 : અહીં 7ના સ્થાને તેની પૂરક સંખ્યા 3 પર '–'ની નિશાની મૂકવી, તેથી એકમના સ્થાન પર $\overline{3}$ લખાશે.

પગલું 2 : દશકના સ્થાન પર '1'નો એકાધિક '2' મૂકવો.

આમ, 17 નો ઋણાંક $2\overline{3}$ થશે.

સ્થાનકિંમત પ્રમાણે,

$10 + 7 = 17$

અને $20 - 3 = 17$ એ રીતે સમજી શકાય.

અહીં $2\overline{3}$ ને 'ત્રેવીસ' નહિ પરંતુ 'બે ઋણાંક ત્રણ' અથવા 'બે વિનકુલમ્ ત્રણ' એમ વંચાય.

ઉદાહરણ 2 : 77 ને ઋણાંકમાં ફેરવો.

અહીં, બંને અંક 5થી મોટા છે. આવી સંખ્યાને નીચે મુજબ ઋણાંકમાં ફેરવી શકાય.

પગલું 1 : 'निखिलं नवतश्चरमं दशतः' સૂત્રથી 77ની પૂરક સંખ્યા મેળવી તેના પર ઋણાંકની નિશાની મૂકવી.

77ની પૂરક સંખ્યા 23

તેથી, $\overline{2}\,\overline{3}$

પગલું 2 : પ્રક્રિયા પૂર્ણ કરવા શતકના સ્થાન પર ‘0’ છે, તેમ સમજી તેના સ્થાને તેનો એકાધિક ‘1’ મૂકવો.

તેથી, 77નો ઋણાંક $1\bar{2}\bar{3}$

આ પ્રકારે આપણે 99 સુધીની જે સંખ્યાઓમાં 5 કે તેથી મોટા અંકો હોય તેને 5 સુધીના અંકો વડે લખી શકીશું.

મહાવરો : 1

નીચે આપેલ સંખ્યાને ઋણાંકના ઉપયોગથી લખો :

(1) 47 = ... (2) 26 = ... (3) 86 = ...

(4) 58 = ... (5) 69 = ... (6) 76 = ...

ઋણાંકથી ઘડિયાની રચના માટે પૂરક સંખ્યાનો તેમજ નીચેનાં સૂત્રોનો ઉપયોગ થશે :

(1) निखिलं नवतश्चरमं दशत:

(2) एकाधिकेन पूर्वेण

કોઈ પણ સંખ્યાના એકન્યૂન (તેનાથી એક ઓછા)ને વ્યક્ત કરવા તે અંક કે સંખ્યા પર ‘*’નું ચિહ્ન મુકાય છે.

જેમકે, 6નો એકન્યૂન $\overset{*}{6}$ લખાશે તથા $\overset{*}{6} = 5$ થાય.

મહાવરો : 2

ખાલી જગ્યા પૂરો :

(1) 4ના એકન્યૂનને સંકેતમાં .... લખાય.

(2) 9નો એકન્યૂન .... થાય.

(3) $\overset{*}{7}$ = ...

(4) 2 એ ....નો એકન્યૂન છે.

(5) 4ને એકન્યૂનના ચિહ્ન વડે .... એમ દર્શાવાય.

(6) $\overset{*}{1}$ = ...

*

ઋણાંકથી ઘડિયાની રચના

ઋણાંકનો ઘડિયાની રચનામાં કઈ રીતે ઉપયોગ થાય છે તે સમજીએ. અહીં આપણે એક ઘડિયાની રચના ઋણાંકના ઉપયોગ વગર અને પછી ઋણાંકના ઉપયોગથી કરીશું.

ઉદાહરણ 1 : 38ના ઘડિયાની રચના

રીત 1 : ઋણાંકના ઉપયોગ વગર 38ના ઘડિયાની રચના

38	1	38
	2	$\dot{6}6 = 76$
	3	$1\dot{0}4 = 114$
	4	$1\dot{4}2 = 152$
	5	$1\dot{8}0 = 190$
	6	228
	7	$2\dot{5}6 = 266$
	8	$2\dot{9}4 = 304$
	9	$3\dot{3}2 = 342$
	10	$3\dot{7}0 = 380$

પગલું 1 : એકમના અંકમાં 8 ઉમેરતા જતાં.

પગલું 2 : દશકના અંકમાં 3 ઉમેરતા જતાં.

પગલું 3 : દરેક પગલે એકાધિકના ચિહ્નનો ઉપયોગ કરી સંખ્યા ફરીથી લખતા જતાં.

રીત 2 : ઋણાંકના ઉપયોગથી 38ના ઘડિયાની રચના

38ને ઋણાંકથી $4\bar{2}$ લખાય. અહીં ઘડિયાની રચના માટે $4\bar{2}$ વડે પ્રક્રિયા કરીશું. અહીં, $4\bar{2}$ પ્રચાલક છે.

38	1	38
	2	76
	3	114
	4	152
	5	190
	6	$2\overset{*}{3}8 = 228$
	7	266
	8	304
	9	342
	10	380

પગલું 1 : એકમના અંકમાંથી 2 બાદ કરતા જતાં.

પગલું 2 : દશકના અંકમાં 4 ઉમેરતા જતાં.

પગલું 3 : છઠ્ઠા સ્થાન માટે 0માંથી 2 બાદ ન થતાં એકમના સ્થાન પર 2નો પૂરક 8 લખી દશકના સ્થાન પર એકન્યૂનનું ચિહ્ન (*) મૂકવું. જેનો અર્થ છે એક ઓછું.

પગલું 4 : છઠ્ઠા સ્થાન પર 19 + 4 = 23 થાય, પણ $2\overset{*}{3} = 22$ લખતાં.

ઉદાહરણ 2 : 78નો ઘડિયો ઋણાંકથી બનાવો.

$78 = 8\bar{2}$ અને

$78 = 1\bar{2}\bar{2}$

78	1	78
	2	156
	3	234
	4	312
	5	$\overset{*}{4}90 = 390$
	6	$4\overset{*}{7}8 = 468$
	7	546
	8	624
	9	702
	10	$\overset{*}{8}80 = 780$

પગલું 1 : અહીં એકમ અને દશકના અંકમાંથી 2 બાદ કરતાં જવું.

પગલું 2 : શતકના સ્થાનમાં 1 ઉમેરતા જવું.

પગલું 3 : પાંચમા સ્થાન માટે દશકના અંક 1માંથી 2 બાદ ન થતાં દશકના સ્થાને 1નો પૂરક 9 મૂકી શતકના સ્થાન પર એકન્યૂનનું ચિહ્ન (*) મૂકવું.

પગલું 4 : એકન્યૂનનો ઉપયોગ છઠ્ઠા અને છેલ્લા સ્થાને પણ થશે.

મહાવરો : 3

ઋણાંકની રીતે ઘડિયાની રચના કરો :

(1) 46 (2) 28 (3) 88 (4) 79

ઉત્તર

મહાવરો : 1

(1) $5\overline{3}$ (2) $3\overline{4}$ (3) $1\overline{1}\overline{4}$ (4) $1\overline{4}\overline{2}$

(5) $1\overline{3}\overline{1}$ (6) $1\overline{2}\overline{4}$

મહાવરો : 2

(1) $\overset{*}{4}$ (2) 8 (3) 6 (4) 3

(5) $\overset{*}{5}$ (6) 0

મહાવરો : 3

(1) $46 = 5\overline{4}$

46	1		46
	2		92
	3	$1\overset{*}{4}8$ =	138
	4		184
	5		230
	6	$2\overset{*}{8}6$ =	276
	7		322
	8	$3\overset{*}{7}8$ =	368
	9		414
	10		460

(2) $28 = 3\overline{2}$

28	1		28
	2		56
	3		84
	4		112
	5		140
	6	$1\overset{*}{7}8$ =	168
	7		196
	8		224
	9		252
	10		280

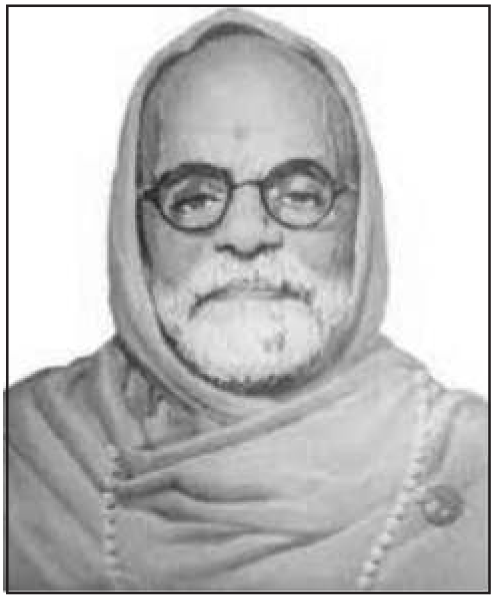
(3) $88 = 9\overline{2} = 1\overline{1}\overline{2}$

88	1		88
	2		176
	3		264
	4		352
	5		440
	6	$5\overset{*}{3}8$ =	528
	7		616
	8		704
	9	$\overset{*}{8}92$ =	792
	10		880

(4) $79 = 8\overline{1} = 1\overline{2}\overline{1}$

79	1		79
	2		158
	3		237
	4		316
	5	$\overset{*}{4}95$ =	395
	6		474
	7		553
	8		632
	9		711
	10	$\overset{*}{8}90$ =	790

જગદ્‌ગુરુ સ્વામીશ્રી ભારતીકૃષ્ણતીર્થજીનો પરિચય



સ્વામીશ્રી ભારતીકૃષ્ણતીર્થજી શ્રી ગોવર્ધન મઠ, પુરીના જગદ્‌ગુરુ શંકરાચાર્ય હતા. તેઓ બહુઆયામી તેજસ્વી પ્રતિભા ધરાવતાં હતા. તેઓએ પ્રાચીન ઋષિ-મુનિઓના આદર્શો અને સિદ્ધાંતોને આગળ લઈ જવાનું પુણ્યશાળી ઋષિતુલ્ય કાર્ય કર્યું છે. ઉચ્ચકક્ષાની કઠિન એકાંત સાધનાની સિદ્ધ અવસ્થામાં તેમને વૈદિક ગણિતનાં સોળ સૂત્રો અને તેર ઉપસૂત્રોની અંતઃસ્ફુરણા થઈ હતી. આ સૂત્રોના અર્થઘટન અને ગણન પદ્ધતિઓ દ્વારા તેઓએ 'વૈદિક ગણિત'ની રચના કરી છે.

પૂજ્ય સ્વામીજી સંસ્કૃત ભાષાના પ્રખર પંડિત તો હતા જ ઉપરાંત સંસ્કૃત ભાષામાં રહેલા અનેક વિષયોમાં પણ પારંગત હતા. સંસ્કૃત અને ગણિત સિવાય દર્શનશાસ્ત્ર, સાહિત્ય, ઇતિહાસ, સમાજશાસ્ત્ર, રાજનીતિ વગેરે વિષયોમાં પણ તેઓએ પોતાની વિદ્વત્તા સિદ્ધ કરી હતી. તેઓ પ્રાચીન ગણિતને વેદોમાં રહેલા વિજ્ઞાનનું જ્ઞાન પણ ધરાવતાં હતા અને આધુનિક ગણિત તથા વિજ્ઞાનની નવીન શોધોના અભ્યાસમાં પણ વિશેષરુચિ ધરાવતાં હતા. અંગ્રેજી ભાષા પર પણ તેઓનું પ્રભુત્વ હતું.

પૂજ્ય સ્વામીજી પ્રખર પંડિત, મહાન યોગી અને ઉચ્ચકોટિના સાધક સાથે પવિત્ર સંન્યાસી પણ હતા. તેઓનું વ્યક્તિત્વ નમ્ર અને વિવેકી હતું. તેમનું સાદગીપૂર્ણ જીવન પણ ભવ્ય અને દિવ્ય હતું. જે તેઓને પ્રાચીન ઋષિ-મુનિઓની શ્રેણીમાં મૂકે છે.

પૂજ્ય ભારતીકૃષ્ણતીર્થજીનો જન્મ 14 માર્ચ, 1884માં તમિલનાડુ રાજ્યમાં થયો હતો. તેમનું બાળપણનું નામ વ્યંકટરમણ હતું. તેઓ બાળપણથી જ અસાધારણ કુશાગ્ર બુદ્ધિ અને તીવ્ર યાદશક્તિ ધરાવતાં હતા. મદ્રાસ વિશ્વવિદ્યાલયની મૅટ્રિક પરીક્ષામાં તેઓ સર્વોચ્ચ ગુણ સાથે ઉત્તીર્ણ થયા હતા.

માત્ર પંદર વર્ષની ઉંમરે સંસ્કૃતના જ્ઞાન અને વકતૃત્વ કલામાં નિપુણતાને કારણે મદ્રાસ સંસ્કૃત ઍસોસિયેશને તેઓને 'સરસ્વતી'ની ઉપાધિથી સન્માનિત કર્યા હતા. વીસ વર્ષની વયે એકસાથે સાત વિષયમાં એમ.એ.ની પરીક્ષા તેઓએ ઉત્તીર્ણ કરીને તેમના મેઘાવી વ્યક્તિત્વનો પરિચય આપ્યો હતો.

શ્રી વ્યંકટરમણે ત્રણ વર્ષ સુધી રાષ્ટ્રીય મહાવિદ્યાલયમાં પ્રધાનાચાર્ય પદે રહીને ફરજ નિભાવી હતી. ત્યાર બાદ શૃંગેરી મઠ, મૈસૂરમાં રહીને બ્રહ્મસાધના કરી વિવિધ શાસ્ત્રોનો અભ્યાસ કર્યો અને મઠની નજીકના વનોમાં આઠ વર્ષ સુધી તપસ્યા કરીને વૈદિક ગણિતની રચના કરી.

4 જૂલાઈ 1919માં તેઓએ કાશીમાં દીક્ષા લીધી અને સંન્યાસી જીવન શરૂ કર્યું. તેમનું નામ શ્રી ભારતીકૃષ્ણતીર્થજી રાખવામાં આવ્યું. બે વર્ષ બાદ તેઓ 1921ના શાસ્ત્રપીઠના શંકરાચાર્ય બન્યા, 1925માં ગોવર્ધન મઠ - પુરીના જગદ્‌ગુરુ

શંકરાચાર્ય બન્યા અને જીવનનાં શેષ વર્ષો આધ્યાત્મિકતા, શિક્ષણ, નૈતિક મૂલ્યોની પુનઃસ્થાપનાના પ્રચાર તેમજ લેખન, પ્રવચન અને ભ્રમણ કરવામાં સમર્પિત કર્યાં.

પૂજ્ય સ્વામીજીએ ઈ.સ. 1953માં નાગપુરમાં શ્રી વિશ્વ પુનઃનિર્માણ સંઘની સ્થાપના કરી હતી. તેમાં તેમના શિષ્યો ઉપરાંત ઉચ્ચ ન્યાયાલયના ન્યાયાધીશો, શિક્ષણવિદો, રાજનીતિજ્ઞો અને અનેક સામાજિક અગ્રણીઓ સેવારત હતા.

ભારતીય જ્ઞાન પરંપરા અને ધરોહરના પ્રચાર-પ્રસાર અંગે તેઓએ અમેરિકા અને ઈંગ્લૅન્ડ દેશોમાં પ્રવાસ કરીને વૈદિક ગણિત તેમજ અન્ય શાસ્ત્રોનું શિક્ષણ અને પ્રવચનો આપ્યા. તેમના જ્ઞાનથી વિદેશી ગણિતજ્ઞો અને શિક્ષણવિદો મંત્રમુગ્ધ તેમજ ખૂબ જ અભિભૂત થયા હતા.

પૂજ્ય સ્વામીજીની પરમ શિષ્યા શ્રીમતી મંજુલા ત્રિવેદીના જણાવ્યા મુજબ વૈદિક ગણિતનાં સોળ સૂત્રો પર સ્વતંત્ર સોળ ગ્રંથો તેઓએ લખ્યા હતા, પરંતુ કોઈ કારણવશ તે નષ્ટ થઈ ગયા. તેઓ તેને ફરીથી લખવાના હતા, પરંતુ તેમની નાદુરસ્ત તબિયતને કારણે તે શક્ય ન બન્યું. 2 ફેબ્રુઆરી, 1960ના રોજ ગંભીર બીમારીને કારણે પૂજ્ય સ્વામીજીનું અવસાન થયું અને તેઓ પરમ તત્ત્વમાં લીન થયા.

પરિશિષ્ટ

(માત્ર જાણકારી માટે)

વૈદિક ગણિતના સૂત્રો, ઉપસૂત્રો, તેના અર્થ અને ઉપયોગિતા

ક્રમ	સૂત્ર	અર્થ	ઉપયોગિતા
1.	एकाधिकेन पूर्वेण	પહેલા કરતાં એક વધારે દ્વારા	સંખ્યાઓના સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર, વર્ગ, વિભાજ્યતા, દશાંશ અભિવ્યક્તિ, સંકલન વગેરેમાં.
2.	निखिलं नवतश्चरमं दशतः	અંતિમ દસમાંથી અને બાકીના નવમાંથી	પૂરકસંખ્યા મેળવવામાં, સંખ્યાઓના ગુણાકાર, ભાગાકાર, વર્ગ વિભાજ્યતા વગેરેમાં.
3.	ऊर्ध्वतिर्यग्भ्याम्	ઊભા અને ત્રાંસા દ્વારા	સંખ્યાઓના ગુણાકાર, ભાગાકાર, વર્ગ, બહુપદીના ગુણાકાર, સરળ રેખાઓના સમીકરણ વગેરેમાં.
4.	परावर्त्य योजयेत्	પક્ષાંતર કરીને ઉપયોગ કરો.	સંખ્યાઓના ભાગાકારમાં, બહુપદીના અવયવમાં, બહુપદીના ભાગાકારમાં, વિવિધ સમીકરણના ઉકેલ મેળવવામાં.
5.	शून्यं साम्यसमुच्चये	જ્યારે સમૂહ સમાન છે ત્યારે તે સમૂહનું મૂલ્ય શૂન્ય થાય છે.	વિવિધ સમીકરણના ઉકેલમાં
6.	(आनुरूप्ये) शून्यमन्यत्	એક ગુણોત્તરમાં (અનુરૂપતા) હોય ત્યારે બીજો શૂન્ય હોય છે.	સમીકરણના ઉકેલમાં
7.	संकलनव्यवकलनाभ्याम्	સરવાળો અને બાદબાકી કરીને	સંખ્યાઓનો વર્ગ કરવામાં સમીકરણના ઉકેલમાં
8.	पूरणापूरणाभ्याम्	પૂર્ણ અને અપૂર્ણ દ્વારા	સમીકરણના ઉકેલમાં
9.	चलनकलनाभ्याम्	ચલન અને કલન દ્વારા	બહુપદીના અવયવીકરણમાં કલનગણિતમાં
10.	यावदूनम्	જેટલું ઓછું	સંખ્યાઓનો ગુણાકાર, સંખ્યાઓનો વર્ગ કરવામાં
11.	व्यष्टिसमष्टिः	એક અને સમુદાય	વિશિષ્ટ ચતુર્ઘાતી સમીકરણના ઉકેલમાં

ક્રમ	સૂત્ર	અર્થ	ઉપયોગિતા
12.	शेषाण्यङ्केन चरमेण	શેષને અંતિમ અંક દ્વારા	અપૂર્ણાંકની દશાંશ અભિવ્યક્તિમાં
13.	सोपान्त्यद्वयमन्त्यम्	અંતિમ તથા ઉપઅંતિમના બમણા	સમીકરણના ઉકેલમાં
14.	एकन्यूनेन पूर्वेण	પહેલા કરતાં એક ઓછા દ્વારા	વિશિષ્ટ સંખ્યાઓના ગુણાકારમાં
15.	गुणितसमुच्चय:	ગુણિતોનો સમૂહ	સમીકરણના ઉકેલ મેળવવામાં અવયવીકરણની ચકાસણી કરવામાં.
16.	गुणकसमुच्चय:	ગુણકોનો સમૂહ	સમીકરણના ઉકેલ મેળવવામાં અવયવીકરણની ચકાસણી કરવામાં.

ક્રમ	ઉપસૂત્ર	અર્થ	ઉપયોગિતા
1.	आनुरूप्येण	અનુરૂપતા (પ્રમાણ) દ્વારા	બહુપદીના અવયવીકરણનાં સંખ્યાઓના ગુ.સા.અ. અને લ.સા.અ. શોધવામાં
2.	शिष्यते शेषसंज्ञ:	બચેલાને શેષ કહે છે.	બહુપદીના ભાગાકાર કરવામાં
3.	आद्यमाद्येनान्त्यमन्त्येन	પ્રથમને પ્રથમ દ્વારા અને અંતિમને અંતિમ દ્વારા	બહુપદીના અવયવીકરણમાં
4.	कैवलै: सप्तकं गुण्यात्	સાત માટે ગુણક કૈવલૈ: (143) છે.	સાંકેતિક ભાષા (કૂટ સંખ્યા)માં
5.	वेष्टनम्	આશ્લેષણ	વિભાજ્યતાની ચકાસણીમાં
6.	यावदूनं तावदूनम्	જેટલું ઓછું છે તેટલું ઓછું	સંખ્યાઓનો ગુણાકાર, સંખ્યાઓના વર્ગ કરવામાં
7.	यावदूनं तावदूनीकृत्यं वर्गं च योजयेत्	જેટલું ઓછું છે તેટલું ઓછું કરીને વર્ગ કરો.	સંખ્યાઓનો વર્ગ કરવામાં
8.	अन्त्ययोर्दशकेऽपि	અંતિમ અંકોનો સરવાળો દસ થાય ત્યારે પણ	સંખ્યાઓનો ગુણાકાર, સંખ્યાઓનો વર્ગ કરવામાં
9.	अन्त्ययोरेव	માત્ર અંતિમ બે અંકોનું	સમીકરણના ઉકેલ મેળવવામાં
10.	समुच्चयगुणित:	સમૂહ ગલન	અવયવીકરણ અને તેની ચકાસણીમાં

ક્રમ	ઉપસૂત્ર	અર્થ	ઉપયોગિતા
11.	लोपनस्थापनाभ्याम्	લોપન તથા સ્થાપના દ્વારા	– સમીકરણના ઉકેલમાં – બહુપદીના અવયવીકરણમાં – બહુપદીના ગુ.સા.અ.માં
12.	विलोकनम्	અવલોકન દ્વારા	– અવયવીકરણમાં – સમીકરણના ઉકેલમાં – વર્ગમૂળ, ઘનમૂળ શોધવામાં
13.	गुणितसमुच्चयः समुच्चयगुणितः	અવયવોના ગુણાંકોના સરવાળાનું ગણનફળ એ ગુણનફળના ગુણાંકોના સરવાળા બરાબર થાય છે.	બહુપદીના અવયવોની ચકાસણીમાં