ગુજરાત રાજ્યના શિક્ષણવિભાગના પત્ર-ક્રમાંક
જીસીઈઆરટી/અભ્યાસક્રમ/૨૦૨૩-૨૪/૧૩૧૮૩, તા. ૨૬-૦૪-૨૦૨૩થી મંજૂર

વૈદિક ગણિત

(અજમાયશી)

ધોરણ 8

પ્રતિજ્ઞાપત્ર

ભારત મારો દેશ છે.
બધાં ભારતીયો મારાં ભાઈબહેન છે.
હું મારા દેશને ચાહું છું અને તેના સમૃદ્ધ અને
વૈવિધ્યપૂર્ણ વારસાનો મને ગર્વ છે.
હું સદાય તેને લાયક બનવા પ્રયત્ન કરીશ.
હું મારાં માતાપિતા, શિક્ષકો અને વડીલો પ્રત્યે આદર રાખીશ
અને દરેક જણ સાથે સભ્યતાથી વર્તીશ.
હું મારા દેશ અને દેશબાંધવોને મારી નિષ્ઠા અર્પું છું.
તેમનાં કલ્યાણ અને સમૃદ્ધિમાં જ મારું સુખ રહ્યું છે.

રાજ્ય સરકારની વિનામૂલ્યે યોજના હેઠળનું પુસ્તક

ગુજરાત શૈક્ષણિક
સંશોધન અને તાલીમ પરિષદ
ગાંધીનગર

ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ
'વિદ્યાયન', સેક્ટર 10-એ, ગાંધીનગર-382010

વિષય-કન્વીનર
ડૉ. એન. ડી. પટેલ
ડૉ. વિજય પટેલ

લેખન
ડૉ. નરેન્દ્ર પંચોલી
ડૉ. રૂપેશભાઈ ભાટિયા
શ્રી પરિધિ ત્રિવેદી પરીખ
શ્રી ઋષિકેશભાઈ ઠક્કર
શ્રી ધનરાજભાઈ ઠક્કર
શ્રી વિજયસિંહ ખેર
શ્રી ધ્રુવીબહેન અમૃતિયા
શ્રી દિપીનભાઈ પીપળીયા
શ્રી વિજયભાઈ ભલગામા

સમીક્ષા
શ્રી ભાવિનીબહેન શેઠ
શ્રી ડી. આર. પટેલ
શ્રી એમ. એ. શેખ
શ્રી હેતલભાઈ દત્તા

ભાષાશુદ્ધિ
શ્રી હિરેનભાઈ પંડ્યા
ડૉ. જૈની ભોજક

નિર્માણ-સંયોજન
ડૉ. કમલેશ એન. પરમાર
(નાયબ નિયામક : શૈક્ષણિક)

મુદ્રણ-આયોજન
શ્રી મનીષ એચ. બધેકા
(નાયબ નિયામક : ઉત્પાદન)

વિતરણ-આયોજન
શ્રી હર્ષદ એચ. ચૌધરી
(નાયબ નિયામક : વહીવટ-વિતરણ)

પ્રસ્તાવના

વિદ્યાર્થીઓના સર્વાંગી વિકાસમાં ભારતીય સંસ્કૃતિ અનેક રીતે ભાગ ભજવે છે. રાષ્ટ્રીય શિક્ષણનીતિ, 2020 અંતર્ગત ભારતીય જ્ઞાન-પ્રણાલી (Indian Knowledge System) અન્વયે વિદ્યાર્થીઓ ભારતની ભવ્ય સંસ્કૃતિ અને તેના વારસાથી પરિચિત થાય અને ભારતીય હોવા પર ગર્વ અનુભવે તે હેતુથી ગુજરાત સરકાર દ્વારા ધોરણ 6થી 10 માં વૈદિક ગણિતનાં અભ્યાસનો અમલ કરવાનો નિર્ણય કરવામાં આવ્યો છે.

વૈદિક ગણિતના અભ્યાસથી વિદ્યાર્થીઓના ગણિત વિષયનો પાયો મજબૂત બનશે, વિષય પરત્વેનો ઉત્સાહ, આનંદ અને આત્મવિશ્વાસ વધશે. **ધોરણ 8**ના **વૈદિક ગણિત** વિષયના પાઠ્યપુસ્તકને વિદ્યાર્થીઓ સમક્ષ મૂકતાં ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ આનંદ અનુભવે છે.

વૈદિક ગણિતના આ પાઠ્યપુસ્તકના લેખનકાર્યનું આગવું કામ કરનાર વિવિધ સંસ્થાના તજજ્ઞો, શિક્ષકો તેમજ પ્રાધ્યાપકો દ્વારા કરવામાં આવ્યું છે. સમીક્ષકોનાં સૂચનો અનુસાર હસ્તપ્રતમાં યોગ્ય સુધારાવધારા કર્યા પછી પાઠ્યપુસ્તકને અંતિમ સ્વરૂપ આપવામાં આવ્યું છે.

પ્રસ્તુત પાઠ્યપુસ્તકને રસપ્રદ, ઉપયોગી અને ક્ષતિરહિત બનાવવા માટે પૂરતો પ્રયાસ કરવામાં આવ્યો છે. તેમ છતાં, શિક્ષણમાં રસ ધરાવનાર વ્યક્તિઓ પાસેથી ગુણવત્તા વધારે તેવાં સૂચનો આવકાર્ય છે.

પ્રકાશ કે. ત્રિવેદી
નિયામક
જીસીઈઆરટી
ગાંધીનગર
તા. 17-1-2024

વિનયગિરિ ગોસાઈ
નિયામક
ગુ.રા.શા.પા.પુ.મંડળ
ગાંધીનગર

પ્રથમ આવૃત્તિ : 2023, પુનઃમુદ્રણ : 2024
પ્રકાશક : ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ, 'વિદ્યાયન', સેક્ટર 10-એ, ગાંધીનગર વતી, વિનયગિરિ ગોસાઈ, નિયામક
મુદ્રક :

મૂળભૂત ફરજો

ભારતના દરેક નાગરિકની ફરજો નીચે મુજબ રહેશે :*

(ક) સંવિધાનને વફાદાર રહેવાની અને તેના આદર્શો તથા સંસ્થાઓનો, રાષ્ટ્રધ્વજનો અને રાષ્ટ્રગીતનો આદર કરવાની;

(ખ) આઝાદી માટેની આપણી રાષ્ટ્રીય લડતને પ્રેરણા આપનારા ઉમદા આદર્શોને હૃદયમાં પ્રતિષ્ઠિત કરવાની અને અનુસરવાની;

(ગ) ભારતના સાર્વભૌમત્વ, એકતા અને અખંડિતતાનું સમર્થન કરવાની અને તેમનું રક્ષણ કરવાની;

(ઘ) દેશનું રક્ષણ કરવાની અને રાષ્ટ્રીય સેવા બજાવવાની હાકલ થતાં, તેમ કરવાની;

(ચ) ધાર્મિક, ભાષાકીય, પ્રાદેશિક અથવા સાંપ્રદાયિક ભેદોથી પર રહીને, ભારતના તમામ લોકોમાં સુમેળ અને સમાન બંધુત્વની ભાવનાની વૃદ્ધિ કરવાની, સ્ત્રીઓનાં ગૌરવને અપમાનિત કરે તેવા વ્યવહારો ત્યજી દેવાની;

(છ) આપણી સમન્વિત સંસ્કૃતિના સમૃદ્ધ વારસાનું મૂલ્ય સમજી તે જાળવી રાખવાની;

(જ) જંગલો, તળાવો, નદીઓ અને વન્ય પશુપક્ષીઓ સહિત કુદરતી પર્યાવરણનું જતન કરવાની અને તેની સુધારણા કરવાની તથા જીવો પ્રત્યે અનુકંપા રાખવાની;

(ઝ) વૈજ્ઞાનિક માનસ, માનવતાવાદ અને જિજ્ઞાસા તથા સુધારણાની ભાવના કેળવવાની;

(ટ) જાહેર મિલકતનું રક્ષણ કરવાની અને હિંસાનો ત્યાગ કરવાની;

(ઠ) રાષ્ટ્ર પુરુષાર્થ અને સિદ્ધિનાં વધુ ને વધુ ઉન્નત સોપાનો ભણી સતત પ્રગતિ કરતું રહે એ માટે, વૈયક્તિક અને સામૂહિક પ્રવૃત્તિનાં તમામ ક્ષેત્રે શ્રેષ્ઠતા હાંસલ કરવાનો પ્રયત્ન કરવાની.

(ડ) માતા-પિતાએ અથવા વાલીએ 6 વર્ષથી 14 વર્ષ સુધીની વયના પોતાના બાળક અથવા પાલ્યને શિક્ષણની તકો પૂરી પાડવાની.

*ભારતનું સંવિધાન : કલમ 51-क

અનુક્રમણિકા

E2I4E7

વૈદિક ગણિત-પરિચય

વેદો સમગ્ર જ્ઞાનનો સ્રોત છે. વેદોમાં રહેલું જ્ઞાન અપૌરૂષેય છે, તે કોઈ માનવે લખેલું નથી. તપસ્વી, યોગી, ઋષિ-મુનિઓને તપ-સાધના દ્વારા આ જ્ઞાન પ્રાપ્ત થયું છે. ધ્યાનની ઉચ્ચ કક્ષાની સિદ્ધ અવસ્થામાં તેઓને જ્ઞાનના સાક્ષાત્કારની અનુભૂતિ થઈ છે અને મંત્રો કે સૂત્રોના સ્વરૂપમાં જ્ઞાનનું પ્રગટીકરણ થયું છે. સામાન્ય મનુષ્ય સમજી શકે તે માટે મંત્રો કે સૂત્રો પરથી અનેક શાસ્ત્રો અને ગ્રંથોની રચના થઈ છે. પ્રાચીન ભારતીય જ્ઞાન પરંપરાની આ વૈદિક શૈલી છે. વૈદિક ગણિતની રચના પણ આ પ્રણાલી મુજબ થઈ છે.

ગોવર્ધનમઠ, પુરીના જગદ્‌ગુરુ સ્વામી શ્રી ભારતીકૃષ્ણ તીર્થજી મહારાજે વેદોના મંત્રો, સૂત્રો અને શબ્દોના આધારે સોળ સૂત્રો અને તેર ઉપસૂત્રોનો આવિષ્કાર કર્યો છે. આ સૂત્રો સંસ્કૃત ભાષામાં સંક્ષિપ્ત અને શાબ્દિક સ્વરૂપે છે. આ સૂત્રોના અર્થઘટનને આધારે પ્રયોગો કરીને તેમણે વિવિધ ગાણિતિક વિધિઓનો વિકાસ કર્યો અને 'વૈદિક ગણિત' ગ્રંથની રચના કરી છે.

વૈદિક ગણિતનાં સૂત્રોની ઉપયોગિતાનો વ્યાપ વિશાળ છે. એક સૂત્ર એક કરતાં વધુ ગણનક્રિયામાં ઉપયોગી બને છે અને એક જ ગણનક્રિયામાં એક કરતાં વધુ સૂત્રોનો ઉપયોગ પણ થાય છે.

આપણે રોજબરોજના જીવનમાં અન્ય વ્યક્તિઓની વય, કક્ષા, વર્ગ, પદ વગેરે બાબતો જોઈને તેમની સાથે વાણી, વર્તન અને વ્યવહાર કરીએ છીએ, તેવી રીતે વૈદિક ગણિતમાં પ્રશ્ન કે દાખલાની રકમનાં લક્ષણો કે સ્વરૂપને ઓળખીને તેના ઉકેલ માટે યોગ્ય સૂત્રની પસંદગી કરીને ગણનક્રિયા કરવામાં આવે છે. વૈદિક ગણિતની આ મુખ્ય વિશેષતા છે.

વૈદિક ગણિતના અભ્યાસથી જીવનમાં વિવિધ પરિસ્થિતિનો તાગ મેળવીને સમસ્યાનું નિરાકરણ કરવાનો જીવનલક્ષી સદ્‌ગુણ ખીલે છે. વૈદિક ગણિત વેદો સાથે જોડાયેલું છે. તેના અભ્યાસથી આપણને આપણી પ્રાચીન મહાન સંસ્કૃતિ અને જ્ઞાનની ધરોહરનું મહત્ત્વ સમજાય છે, સાથે-સાથે ગૌરવ અને આનંદની લાગણી પણ થાય છે તેમજ અન્ય શાસ્ત્રો જાણવાની જિજ્ઞાસા વધે છે.

વૈદિક ગણિતની ગણન પદ્ધતિઓ સંક્ષિપ્ત, ઝડપી, રસપ્રદ, સહજ, સરળ, આનંદદાયક અને આશ્ચર્યજનક છે, તેથી વિદ્યાર્થીઓની ગણિત પ્રત્યેની જિજ્ઞાસા જાગે છે, રુચિ કેળવાય છે, તેમના આત્મવિશ્વાસમાં વધારો થાય છે તેમજ ગણિત પ્રત્યેનો ડર દૂર થાય છે. આ ઉપરાંત વિદ્યાર્થીની તર્કશક્તિ, સ્મૃતિશક્તિ, બુદ્ધિશક્તિ, વિશ્લેષણશક્તિ વગેરેનો વિકાસ થાય છે.

વૈદિક ગણિત એ ગણિતનો જ એક ભાગ છે, તે સ્વતંત્ર જુદો વિષય નથી. શાળા-કૉલેજમાં ભણાવાતા ગણિતની શાખાઓ અને વિષયાંગો વૈદિક ગણિતમાં પણ છે, પરંતુ તે પ્રચલિત ગણિત કરતાં નવીન અને ભિન્ન સ્વરૂપે પ્રસ્તુત થાય છે. વૈદિક ગણિતના અધ્યયન-અધ્યાપનથી ગણિતના તેજસ્વી વિદ્યાર્થીઓ, શિક્ષકો, ગણિતજ્ઞો માટે સંશોધનનાં નવાં દ્વાર ખુલી શકે તેમ છે.

આર્યભટ્ટ, ભાસ્કરાચાર્ય, શ્રીધરાચાર્ય, વરાહમિહિર જેવા પ્રાચીન વિદ્વાન ગણિતાચાર્યોએ ગણિતના અનેક ગ્રંથો રચ્યાં છે, તેમાં ગણિતના વિવિધ વિભાગો ઉપરાંત જ્યોતિષ ગણિતનો સમાવેશ થયેલ છે. આ ગ્રંથો સંસ્કૃતમાં શ્લોકો દ્વારા લખાયેલાં છે અને તેની ગણનશૈલી અલગ છે, માટે તે ગણિત વૈદિક ગણિતથી જુદું પડે છે.

સ્વામી શ્રી દયાનંદ સરસ્વતીજીએ સૂત્ર આપ્યું હતું કે, 'વેદો તરફ પાછા ફરો' જેથી ભારતીય જીવન પદ્ધતિનું પુનઃસ્થાપન થશે. આપણે ગણિત-શિક્ષણના વૈદિક ગણિતનો અભ્યાસ કરીને તેઓના સૂત્રને ચરિતાર્થ કરીએ.

1

સંખ્યાઓનો વર્ગ

K1L6W3

ધોરણ 7માં આપણે સંખ્યાઓના વર્ગ શોધવાની વૈદિક ગણિતની વિવિધ રીતો પૈકી બે રીતોનો અભ્યાસ કરી ગયા છીએ. આ અધ્યાયમાં આપણે વૈદિક ગણિતની અન્ય બીજી બે રીતથી વર્ગ શોધીશું.

(1) દ્વન્દ્વયોગ વિધિથી વર્ગ

(2) संकलन व्यवकलनाभ्याम् સૂત્ર દ્વારા વર્ગ

1. દ્વન્દ્વયોગ વિધિથી વર્ગ :

દ્વન્દ્વયોગ :

(1) એક અંકની સંખ્યાનો દ્વન્દ્વયોગ એટલે તે અંકનો વર્ગ કરવો.

(2) બે અંકોની સંખ્યાનો દ્વન્દ્વયોગ બંને અંકોનો ગુણાકાર કરી તેના બમણા કરવાથી મળે.

જેમકે,

14નો દ્વન્દ્વયોગ	27નો દ્વન્દ્વયોગ
$= 2(1 \times 4)$	$= 2(2 \times 7)$
$= 8$	$= 28$

(3) ત્રણ અંકોની સંખ્યાઓના દ્વન્દ્વયોગ એટલે પહેલા તથા અંતિમ અંકોના ગુણાકારના બમણા કરીને તેમાં વચ્ચેના અંકનો વર્ગ ઉમેરતાં પ્રાપ્ત થાય તે સંખ્યા.

135નો દ્વન્દ્વયોગ	247નો દ્વન્દ્વયોગ
$= 2(1 \times 5) + 3^2$	$= 2(2 \times 7) + 4^2$
$= 10 + 9$	$= 28 + 16$
$= 19$	$= 44$

- દ્વન્દ્વયોગ વિધિથી વર્ગ શોધવાની પદ્ધતિ એ ऊर्ध्वतिर्यगभ्याम् સૂત્રનો અનુપ્રયોગ છે.
- દ્વન્દ્વયોગ વિધિથી વર્ગ કરવા માટે આપેલ સંખ્યાના અંકોના સમૂહ બનાવવા પડે.
- બે અંકોની સંખ્યાના ત્રણ સમૂહ બનશે.

પ્રથમ સમૂહ : એકમનો અંક

બીજો સમૂહ : દશક અને એકમના અંકોથી બનતી સંખ્યા

ત્રીજો સમૂહ : દશકનો અંક

જેમકે, 23ના સમૂહો :

ત્રીજો સમૂહ	બીજો સમૂહ	પ્રથમ સમૂહ	
2	23	3	થશે.

ઉદાહરણ 1 : દ્વન્દ્વયોગ વિધિથી 17 નો વર્ગ મેળવો.

17ના સમૂહ : 1 / 17 / 7

$17^2 = 1^2 \;/\; 2(1 \times 7) \;/\; 7^2$

$= 1 \;/\; 14 \;/\; 49$

$= 2 \;/\; 8 \;/\; 9$

$\therefore\ 17^2 = 289$

પગલું 1 : સમૂહ બનાવતાં.

પગલું 2 : દરેક સમૂહનો દ્વન્દ્વયોગ કરતાં.

પગલું 3 : સાદું રૂપ આપતાં.

પગલું 4 : ત્રાંસી લીટીના જવાબમાં એકમનો અંક રાખી વધારાનો અંક કે અંકો વદી તરીકે આગળની સંખ્યામાં ઉમેરતાં.

પગલું 5 : ત્રાંસી લીટી દૂર કરતાં ઉત્તર મળે.

ઉદાહરણ 2 : દ્વન્દ્વયોગ વિધિથી 43 નો વર્ગ મેળવો.

43ના સમૂહ : 4 / 43 / 3

$43^2 = 4^2 \;/\; 2(4 \times 3) \;/\; 3^2$

$= 16 \;/\; 24 \;/\; 9$

$= 18 \;/\; 4 \;/\; 9$

$\therefore\ 43^2 = 1849$

પગલું 1 : સમૂહ બનાવવાં.

પગલું 2 : દ્વન્દ્વયોગ કરતાં.

પગલું 3 : સાદું રૂપ આપતાં.

પગલું 4 : ત્રાંસી લીટીના જવાબમાં એકમનો અંક રાખી વધારાનો અંક કે અંકો વદી તરીકે આગળની સંખ્યામાં ઉમેરતાં.

પગલું 5 : ત્રાંસી લીટી દૂર કરતાં ઉત્તર મળે.

ઉદાહરણ 3 : દ્વન્દ્વયોગ વિધિથી 86 નો વર્ગ મેળવો.

86ના સમૂહ : 8 / 86 / 6

$86^2 = 8^2 \;/\; 2(8 \times 6) \;/\; 6^2$

$= 64 \;/\; 96 \;/\; 36$

$= 73 \;/\; 9 \;/\; 6$

$86^2 = 7396$

- દ્વન્દ્વયોગથી વર્ગ કરવા માટે આપેલ ત્રણ અંકોની સંખ્યાના પાંચ સમૂહ બનશે.

પ્રથમ સમૂહ : એકમનો અંક

બીજો સમૂહ : દશક અને એકમના અંકોથી બનતી સંખ્યા

ત્રીજો સમૂહ : આપેલ સંખ્યા

ચોથો સમૂહ : શતક અને દશકના અંકોથી બનતી સંખ્યા

પાંચમો સમૂહ : શતકનો અંક

જેમકે, 245ના સમૂહો

પાંચમો સમૂહ	ચોથો સમૂહ	ત્રીજો સમૂહ	બીજો સમૂહ	પ્રથમ સમૂહ
2	24	245	45	5 થશે.

ઉદાહરણ 4 : દ્વન્દ્વયોગ વિધિથી 124 નો વર્ગ મેળવો.

124ના સમૂહ : 1 / 12 / 124 / 24 / 4

$124^2 = 1^2 \ / \ 2(1 \times 2) \ / \ 2(1 \times 4) + 2^2 \ / \ 2(2 \times 4) \ / \ 4^2$

$= 1 \ / \ 4 \ / \ 12 \ / \ 16 \ / \ 16$

$= 1 \ / \ 5 \ / \ 3 \ / \ 7 \ / \ 6$

$\therefore \ 124^2 = 15376$

પગલું 1 : સમૂહ બનાવતાં.

પગલું 2 : દરેક સમૂહના દ્વન્દ્વયોગ કરતાં.

પગલું 3 : સાદું રૂપ આપતાં.

પગલું 4 : ત્રાંસી લીટીના જવાબમાં એકમનો અંક રાખી વધારાનો અંક કે અંકો વદ્દી તરીકે આગળની સંખ્યામાં ઉમેરતાં.

પગલું 5 : ત્રાંસી લીટી દૂર કરતાં ઉત્તર મળે.

ઉદાહરણ 5 : 234^2 ની કિંમત દ્વન્દ્વયોગ વિધિથી મેળવો.

234ના સમૂહ : 2 / 23 / 234 / 34 / 4

$234^2 = 2^2 \ / \ 2(2 \times 3) \ / \ 2(2 \times 4) + 3^2 \ / \ 2(3 \times 4) \ / \ 4^2$

$= 4 \ / \ 12 \ / \ 25 \ / \ 24 \ / \ 16$

$= 5 \ / \ 4 \ / \ 7 \ / \ 5 \ / \ 6$

$\therefore \ 234^2 = 54756$

મહાવરો : 1

1. નીચે આપેલ સંખ્યાઓનો દ્વન્દ્વયોગ શોધો :

(1) 37 (2) 48 (3) 83 (4) 136 (5) 163

(6) 214 (7) 262

2. દ્વન્દ્વયોગ વિધિથી નીચેની સંખ્યાઓનો વર્ગ શોધો :

(1) 23 (2) 53 (3) 64 (4) 126 (5) 153

(6) 223 (7) 283

*

2. संकलनव्यवकलनाभ्याम् સૂત્ર દ્વારા વર્ગ

સૂત્ર : ''संकलनव्यवकलनाभ्याम्''

અર્થ : ''સરવાળો કરીને તથા બાદબાકી કરીને.''

શૂન્યાંત અને પંચાન્ત સંખ્યાઓનો વર્ગ સરળતાથી શોધી શકાય છે. શૂન્યાંત અને પંચાન્ત સંખ્યાથી એક ઓછી અથવા વધારે હોય તેવી સંખ્યાઓનો વર્ગ 'संकलनव्यवकलनाभ्याम्' વિધિથી સરળતાથી મેળવી શકાય છે.

આપણે એકમનો અંક 1, 4, 6, 9 હોય તેવી સંખ્યાઓનો વર્ગ આ સૂત્રની રીતે શોધીશું.

ઉદાહરણ 6 : 20^2 ના ઉપયોગ દ્વારા 19 અને 21નો વર્ગ શોધો.

(i) 19નો વર્ગ :

20ના વર્ગમાંથી (20 + 19) બાદ કરતાં 19નો વર્ગ મળશે.

$19^2 = 20^2 - (20 + 19)$

$\therefore \quad 19^2 = 400 - 39$

$\therefore \quad 19^2 = 361$

(ii) 21^2 નો વર્ગ :

20ના વર્ગમાં (20 + 21) ઉમેરતાં 21નો વર્ગ મળશે.

$21^2 = 20^2 + (20 + 21)$

$\therefore \quad 21^2 = 400 + 41$

$\therefore \quad 21^2 = 441$

ઉદાહરણ 7 : 70^2 ના ઉપયોગ દ્વારા 69^2 અને 71^2 શોધો.

(i) 69નો વર્ગ :

$69^2 = 70^2 - (70 + 69)$

$\therefore \quad 69^2 = 4900 - 139$

$\therefore \quad 69^2 = 4761$

(ii) 71નો વર્ગ :

$71^2 = 70^2 + (70 + 71)$

$\therefore \quad 71^2 = 4900 + 141$

$\therefore \quad 71^2 = 5041$

ઉદાહરણ 8 : 24 નો વર્ગ 'संकलनव्यवकलनाभ्याम्' સૂત્ર દ્વારા શોધો.

25 ના વર્ગમાંથી (25 + 24) બાદ કરતાં 24નો વર્ગ મળશે.

$24^2 = 25^2 - (25 + 24)$

$= 2 \times 3 \;/\; 5^2 - (49)$

$= 625 - 49$

$\therefore \quad 24^2 = 576$

ઉદાહરણ 9 : 26 નો વર્ગ 'संकलनव्यवकलनाभ्याम्' સૂત્ર દ્વારા શોધો.

25 ના વર્ગમાં (25 + 26) ઉમેરતાં 26નો વર્ગ મળશે.

$26^2 = 25^2 + (25 + 26)$

$= 625 + 51$

$\therefore \quad 26^2 = 676$

ઉદાહરણ 10 : 74 નો વર્ગ 'संकलनव्यवकलनाभ्याम्' સૂત્ર દ્વારા શોધો.

75 ના વર્ગમાંથી (75 + 74) બાદ કરતાં 74નો વર્ગ મળશે.

$74^2 = 75^2 - (75 + 74)$

$= 7 \times 8 \;/\; 5^2 - (149)$

$= 5625 - 149$

$\therefore \quad 74^2 = 5476$

ઉદાહરણ 11 : 86 નો વર્ગ 'संकलनव्यवकलनाभ्याम्' સૂત્ર દ્વારા શોધો.

85 ના વર્ગમાં (85 + 86) ઉમેરતાં 86નો વર્ગ મળશે.

$86^2 = 85^2 + (85 + 86)$

$= 8 \times 9 \;/\; 5^2 - (171)$

$= 7225 + 171$

$\therefore \quad 86^2 = 7396$

મહાવરો : 2

1. 'संकलनव्यवकलनाभ्याम्' સૂત્ર દ્વારા જાણીતા વર્ગને આધારે નીચેની સંખ્યાનો વર્ગ શોધો :

(1) 29 (2) 31 (3) 46 (4) 54 (5) 84

(6) 76 (7) 81 (8) 89

ઉત્તર

મહાવરો : 1

1. (1) 42 (2) 64 (3) 48 (4) 21 (5) 42

(6) 17 (7) 44

2. (1) 529 (2) 2809 (3) 4096 (4) 15876 (5) 23409

(6) 49729 (7) 80089

મહાવરો : 2

(1) 841 (2) 961 (3) 2116 (4) 2916 (5) 7056

(6) 5776 (7) 6561 (8) 7921

2

સંખ્યાઓનું વર્ગમૂળ

Q6F7G9

આપણે જાણીએ છીએ કે કોઈ એક સંખ્યાને તે જ સંખ્યા વડે ગુણવાથી મળતી સંખ્યા તે સંખ્યાનો વર્ગ છે. જેમકે, $3^2 = 3 \times 3 = 9$, અહીં 3નો વર્ગ 9 છે, માટે 9નું વર્ગમૂળ 3 છે એમ કહેવાય. વર્ગમૂળને '$\sqrt{\ }$' ચિહ્નથી દર્શાવાય છે. એટલે કે વર્ગમૂળ 9ને $\sqrt{9}$ તરીકે લખાય. અહીં આપણે ચાર અંકો સુધીની પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાઓનું વર્ગમૂળ શોધતાં શીખીશું.

- જે સંખ્યાનું વર્ગમૂળ પૂર્ણાંક સંખ્યા મળે તે સંખ્યાને પૂર્ણવર્ગ સંખ્યા કહેવાય છે.
- એક અંકની પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાઓ ત્રણ છે જે 1, 4 અને 9 છે.
- બે અંકની પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાઓ છ છે, જે 16, 25, 36, 49, 64 અને 81 છે.
- જેનો એકમનો અંક 2, 3, 7 અને 8 હોય તે સંખ્યા પૂર્ણવર્ગ નથી.
- ત્રણ અને ચાર અંકોની પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાનું વર્ગમૂળ બે અંકોમાં મળશે.
- પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાના એકમના અંક પરથી વર્ગમૂળનો એકમનો અંક નિશ્ચિત થઈ શકે છે.

કોષ્ટક 1

પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાનો એકમનો અંક	વર્ગમૂળનો એકમનો અંક
1	1 અથવા 9
4	2 અથવા 8
5	5
6	4 અથવા 6
9	3 અથવા 7
0	0

એકમનો અંક શૂન્ય હોય તેવી પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાઓનું विलोकनम् સૂત્રથી વર્ગમૂળ :

विलोकनम् સૂત્રનો અર્થ અવલોકન દ્વારા એવો થાય છે.

આપેલ સંખ્યાને અંતે બે શૂન્યો હોય અને આગળના અંકોથી બનતી સંખ્યા પૂર્ણવર્ગ હોય, તો

(1) વર્ગમૂળનો એકમનો અંક શૂન્ય થશે.

(2) વર્ગમૂળનો દશકનો અંક આગળના અંકોથી બનતી પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાનો વર્ગમૂળ અંક થશે.

જેમકે, 3600ના વર્ગમૂળનો એકમનો અંક 0 અને દશકનો અંક 6 (36નું વર્ગમૂળ) થશે.

આમ, $\sqrt{\underline{36}\,\underline{00}} = 6\ 0$

એકમનો અંક 5 હોય તેવી પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાઓનું विलोकनम् સૂત્રથી વર્ગમૂળ :

આપેલ સંખ્યાના છેલ્લા બે અંકો 25 સંખ્યા દર્શાવે અને આગળના અંકો બે ક્રમિક સંખ્યાઓનો ગુણાકાર દર્શાવે તો,

(1) વર્ગમૂળનો એકમનો અંક 5 થશે.

(2) ક્રમિક સંખ્યામાંની નાની સંખ્યા વર્ગમૂળનો દશકનો અંક થશે.

જેમકે, 1225નાં વર્ગમૂળનો એકમનો અંક 5 અને દશકનો અંક 3 ($12 = 3 \times 4$માં નાની સંખ્યા) થશે.

આમ, $\sqrt{12\;25} = 3\;5$

3×4

એકમનો અંક 1, 4, 6 અને 9 હોય તેવી પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાઓનું વર્ગમૂળ :

આવી પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાઓના વર્ગમૂળનો એકમનો અંક विलोकनम् સૂત્રથી અને દશકનો અંક एकाधिकेन पूर्वेण સૂત્રથી નક્કી થાય છે.

આપેલ સંખ્યાને બે ભાગમાં લખવામાં આવે છે :

- ત્રણ અંકોની સંખ્યાના પહેલા ભાગમાં એક અને બીજા ભાગમાં બે અંકો રાખવામાં આવે છે.

  જેમકે, 289ને 2, 89 તરીકે લખવામાં આવે છે.

- ચાર અંકોની સંખ્યાના પહેલા અને બીજા બંને ભાગમાં બે અંકો રાખવામાં આવે છે.

  જેમકે, 2304ને 23, 04 તરીકે લખવામાં આવે છે.

ઉદાહરણ 1 : 576નું વર્ગમૂળ શોધો.

$576 \longrightarrow$ 4 અથવા 6

5, 76

$5 > 4$

$5 > 2^2$

$5 < 2 \times 3 = 6 \longrightarrow 4$

$\therefore \sqrt{576} = 24$

પગલું 1 : 576નો એકમનો અંક 6 છે.

$\therefore$ વર્ગમૂળનો એકમનો અંક 4 અથવા 6 થશે.

પગલું 2 : 576ને બે ભાગમાં લખતાં.

પગલું 3 : પ્રથમ ભાગ 5ની નજીકની નાની પૂર્ણવર્ગ સંખ્યા 4

પગલું 4 : વર્ગમૂળ સંખ્યાનો દશકનાં અંક 2 થશે.

પગલું 5 : પ્રથમ ભાગ 5 એ 2×3 (2નો એકાધિક) = 6થી નાની સંખ્યા છે.

તેથી વર્ગમૂળનો એકમનો અંક 4 અથવા 6 (પગલાં 1 મુજબ)માંથી નાનો અંક 4 લેતાં.

ઉદાહરણ 2 : 4624નું વર્ગમૂળ શોધો.

$4624 \longrightarrow 2$ અથવા 8

46, 24

$46 > 36$

$46 > 6^2 \longrightarrow 6$

$46 > 6 \times 7 = 42 \longrightarrow 8$

$\therefore \sqrt{4624} = 68$

પગલું 1 : 4624નો એકમનો અંક 4 છે.

∴ વર્ગમૂળનો એકમનો અંક 2 અથવા 8 થશે.

પગલું 2 : 4624ને બે ભાગમાં લખતાં.

પગલું 3 : પ્રથમ ભાગ 46ની નજીકની નાની પૂર્ણવર્ગ સંખ્યા 36

પગલું 4 : વર્ગમૂળ સંખ્યાનો દશકનો અંક 6 થશે.

પગલું 5 : પ્રથમ ભાગ 46 એ 6×7 (6નો એકાધિક) = 42થી મોટી સંખ્યા છે.

તેથી વર્ગમૂળનો એકમનો અંક 2 અથવા 8 (પગલાં 1 મુજબ)માંથી મોટો અંક 8 લેતાં.

ઉદાહરણ 3 : 3249નું વર્ગમૂળ શોધો.

$3249 \longrightarrow 3$ અથવા 7

32, 49

$32 > 25$

$32 > 5^2 \longrightarrow 5$

$32 > 5 \times 6 = 30 \longrightarrow 7$

$\therefore \sqrt{3249} = 57$

મહાવરો

1. ખાલી જગ્યા પૂરો :

(1) એક અંકની પૂર્ણવર્ગ સંખ્યા ...., ... અને .... છે.

(2) સંખ્યાનો એકમનો અંક ...., ..., ... અને .... હોય, તો તે પૂર્ણવર્ગ સંખ્યા ન હોય.

(3) 4900નું વર્ગમૂળ .... છે.

(4) $\sqrt{10000}$ = ...

(5) જેનો એકમનો અંક 5 અને દશકનો અંક .... હોય, તે સંખ્યા પૂર્ણવર્ગ હોઈ શકે.

(6) $\sqrt{2025}$ = ...

(7) $\sqrt{\ldots\ldots 25}$ = 55

2. 'અ' વિભાગમાં આપેલ વિગતને 'બ' વિભાગની લાગુ પડતી વિગત સાથે જોડો :

(1)

'અ' પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાનો એકમનો અંક	'બ' વર્ગમૂળનો એકમનો અંક
(1) 1	(ક) 3 અથવા 7
(2) 4	(ખ) 4 અથવા 6
(3) 5	(ગ) 0
(4) 6	(ઘ) 2 અથવા 8
(5) 9	(ચ) 1 અથવા 9
(6) 0	(છ) 5

(2)

'અ'	'બ'
(1) $\sqrt{7225}$	(ક) 50
(2) $\sqrt{8100}$	(ખ) 80
(3) $\sqrt{9025}$	(ગ) 105
(4) $\sqrt{6400}$	(ઘ) 85
(5) 2500નું વર્ગમૂળ	(ચ) 95
(6) 11025નું વર્ગમૂળ	(છ) 90

3. નીચેની સંખ્યાઓનું વર્ગમૂળ શોધો :

(1) 784 (2) 961 (3) 1369 (4) 4096

(5) 6561 (6) 5776 (7) 1764 (8) 9801

ઉત્તર

1. (1) 1, 4, 9 (2) 2, 3, 7, 8 (3) 70 (4) 100 (5) 2

(6) 45 (7) 30

2. (1) (1 – ચ), (2 – ઘ), (3 – છ), (4 – ખ), (5 – ક), (6 – ગ)

(2) (1 – ઘ), (2 – છ), (3 – ચ), (4 – ખ), (5 – ક), (6 – ગ)

3. (1) 28 (2) 31 (3) 37 (4) 64 (5) 81

(6) 76 (7) 42 (8) 99

3

સંખ્યાઓનો ઘન

T6D2S6

કોઈ પણ સંખ્યાનો ઘન મેળવવા આપેલ સંખ્યાને તે જ સંખ્યા વડે બે વખત ગુણવી પડે તે આપણે જાણીએ છીએ. વૈદિક ગણિતમાં કોઈ સંખ્યાનો ઘન મેળવવાની ખૂબ જ સરળ અને વિવિધ રીતો છે. અહીં આપણે બે અંકોની સંખ્યાનો ઘન આનુરૂપ્યેણ સૂત્રથી મેળવતાં શીખીશું.

સૂત્ર : 'आनुरूप्येण'

અર્થ : અનુરૂપતા દ્વારા

આ રીતથી બે અંકોની સંખ્યાનો ઘન મેળવવા,

- ઉત્તર લખવા માટે ચાર ખંડ બનાવવા.
- ગણતરી જમણી બાજુથી શરૂ કરી પ્રત્યેક ખંડમાં એકમનો અંક રાખવો.
- બાકીના અંકો ડાબી બાજુના ખંડમાં વદ્દી તરીકે ઉમેરવા.
- સૌથી ડાબી બાજુના ખંડમાં એક કરતાં વધારે અંકો હોઈ શકે છે.

ધારો કે બે અંકની સંખ્યા ab છે, જ્યાં a દશક અને b એકમનો અંક છે. આવી સંખ્યાનો ઘન આનુરૂપ્યેણ સૂત્રથી મેળવવાની વ્યાપક રીત નીચે મુજબ છે :

a^3	$3a^2b$	$3ab^2$	b^3
ચતુર્થ ખંડ	તૃતીય ખંડ	દ્વિતીય ખંડ	પ્રથમ ખંડ

પ્રથમ ખંડ : એકમના અંકનો ઘન

દ્વિતીય ખંડ : 3 × દશકનો અંક × એકમના અંકનો વર્ગ

તૃતીય ખંડ : 3 × દશકના અંકનો વર્ગ × એકમનો અંક

ચતુર્થ ખંડ : દશકના અંકનો ઘન

ઉદાહરણ 1 : 21^3 ની ગણતરી કરો.

		ચતુર્થ ખંડ	તૃતીય ખંડ	દ્વિતીય ખંડ	પ્રથમ ખંડ
21^3	=	2^3	$3 \times 2^2 \times 1$	$3 \times 2 \times 1^2$	1^3
	=	8 /	12 /	6 /	1

$\therefore\ 21^3 = 9261$

પ્રત્યેક ખંડમાં એકમનો એક જ અંક રાખવાનો હોવાથી તૃતીય ખંડમાં મળેલ 12માંથી દશકનો અંક વદ્દી તરીકે ચતુર્થ ખંડમાં ઉમેરાશે. આમ, ચતુર્થ ખંડમાં સંખ્યા 8 + 1 = 9 થશે.

ઉદાહરણ 2 : 43^3 ની ગણતરી કરો.

$43^3 = 4^3 \;/\; 3 \times 4^2 \times 3 \;/\; 3 \times 4 \times 3^2 \;/\; 3^3$

$= 64 \;/\; 144 \;/\; 108 \;/\; 27$

$= 64 \;/\; 144 \;/\; \underline{11}0 \;/\; 7$

$= 64 \;/\; \underline{15}5 \;/\; 0 \;/\; 7$

$= 79 \;/\; 5 \;/\; 0 \;/\; 7$

$\therefore\; 43^3 = 79507$

મહાવરો

નીચેની સંખ્યાઓનો ઘન મેળવો :

(1) 12 (2) 14 (3) 23 (4) 31 (5) 35

ઉત્તર

(1) 1728 (2) 2744 (3) 12167 (4) 29791 (5) 42875

4

વિભાજ્યતા

W5I9Y5

ધોરણ 7માં આપણે 7 અને 13 વડે વિભાજ્યતાની ચકાસણી કરતાં શીખી ગયાં છીએ. અહીં તેનું પુનરાવર્તન કરી લઈએ.

- વૈદિક ગણિતમાં વિભાજ્યતા પરીક્ષણ માટે આશ્લેષક વિધિ છે.
- આ વિધિમાં જેનો એકમનો અંક 1 અથવા 9 હોય તેવા ભાજકને પ્રભાવી ભાજક કહે છે.
- પ્રભાવી ભાજકને નજીકની શૂન્યાંત સંખ્યામાં ફેરવી, ત્યારબાદ શૂન્ય દૂર કરતાં જે સંખ્યા મળે તેને આશ્લેષક કહે છે.
- પ્રભાવી ભાજકમાં એકમના અંક 1થી પ્રાપ્ત આશ્લેષક ઋણાત્મક તથા એકમના અંક 9થી પ્રાપ્ત આશ્લેષક ધનાત્મક છે.
- બેમાંથી નાના આશ્લેષકનો ઉપયોગ કરવાથી ગણતરી સરળ બનશે.
- હવે આપણે એકમનો અંક 1, 3, 7, 9 હોય તેવી ભાજક સંખ્યાના આશ્લેષકો મેળવી તેના દ્વારા વિભાજ્યતાની ચકાસણી કરીશું. નીચેના કોષ્ટક મુજબ આશ્લેષક મળશે.

કોષ્ટક 1

ભાજક	પ્રભાવી ભાજક (3 વડે ગુણતાં) $\times$ 3	એકાધિક દ્વારા પ્રાપ્ત શૂન્યાંત સંખ્યા	શૂન્ય દૂર કરતાં ધન આશ્લેષક	ભાજકમાંથી ધન આશ્લેષક બાદ કરતાં ઋણ આશ્લેષક
13	39	40	4	9
23	69	70	7	16
33	99	100	10	23
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.

કોષ્ટક 2

ભાજક	પ્રભાવી ભાજક (7 વડે ગુણતાં) $\times$ 7	એકન્યૂન દ્વારા પ્રાપ્ત શૂન્યાંત સંખ્યા	શૂન્ય દૂર કરતાં ઋણ આશ્લેષક	ભાજકમાંથી ઋણ આશ્લેષક બાદ કરતાં ધન આશ્લેષક
13	91	90	9	4
23	161	160	16	7
33	231	230	23	10
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.

એકમનો અંક 3 હોય તેવા ભાજકનો ધન આશ્લેષક એ ઋણ આશ્લેષક કરતા નાની સંખ્યા છે માટે આપણે ધન આશ્લેષકથી વિભાજ્યતાની ચકાસણી કરીશું.

ધન આશ્લેષકથી વિભાજ્યતાની ચકાસણી :

- ભાજ્યનો એકમનો અંક દૂર કરો.
- દૂર કરેલ અંકને ધન આશ્લેષક વડે ગુણો.
- મળેલ ગુણનફળને બાકી રહેતી સંખ્યામાં ઉમેરો.
- પ્રાપ્ત સંખ્યાના એકમના અંકને દૂર કરી આ પ્રક્રિયાનું પુનરાવર્તન કરતાં જાઓ.
- અંતિમ પરિણામ 0, ભાજક સંખ્યા અથવા ભાજકના ગુણિત સ્વરૂપે મળે તો આપેલ સંખ્યા ભાજક વડે વિભાજ્ય છે તેમ કહી શકાય.

ઋણ આશ્લેષકથી વિભાજ્યતાની ચકાસણી :

- ભાજ્યનો એકમનો અંક દૂર કરો.
- દૂર કરેલ અંકને ઋણ આશ્લેષક વડે ગુણો.
- મળેલ ગુણનફળને બાકી રહેતી સંખ્યામાંથી બાદ કરો.
- પ્રાપ્ત સંખ્યાના એકમના અંકને દૂર કરી આ પ્રક્રિયાનું પુનરાવર્તન કરતાં જાઓ.
- અંતિમ પરિણામ 0, ભાજક સંખ્યા અથવા ભાજકના ગુણિત સ્વરૂપે મળે તો આપેલ સંખ્યા ભાજક વડે વિભાજ્ય છે તેમ કહી શકાય.

ઉદાહરણ 1 : 9918ની 19 દ્વારા વિભાજ્યતા ચકાસો.

19 + 1 = 20

∴ ધન આશ્લેષક = 2

$$
\begin{array}{r}
991\cancel{8} \\
+\quad 16 \\
\hline
100\cancel{7} \\
+\quad 14 \\
\hline
11\cancel{4} \\
+\quad 08 \\
\hline
19
\end{array}
$$

પગલાં :

(1) અહીં 19 એ જ પ્રભાવી ભાજક છે.

(2) 19 ની એકાધિક દ્વારા શૂન્યાંત સંખ્યા 20 મળે.

(3) શૂન્ય દૂર કરતાં ધન આશ્લેષક 2 મળે.

(4) એકમનો અંક 8 દૂર કરીને 8 × 2 = 16 ને 991માં ઉમેરતાં

(5) 7 દૂર કરીને 7 × 2 = 14 ને 100માં ઉમેરતાં

(6) 4 દૂર કરીને 4 × 2 = 8 ને 11માં ઉમેરતાં.

(7) 19 મળે, જે 19થી વિભાજ્ય છે. તેથી, આપેલ સંખ્યા 9918 એ 19થી વિભાજ્ય છે.

ઉદાહરણ 2 : 34766ની 43 દ્વારા વિભાજ્યતા ચકાસો.

43 × 3 = 129

129 + 1 = 130

∴ ધન આશ્લેષક = 13

પગલાં :

(1) 43 નો પ્રભાવી ભાજક 129 મળે.

(2) 129 ની એકાધિક દ્વારા શૂન્યાંત સંખ્યા 130 મળે.

(3) શૂન્ય દૂર કરતાં ધન આશ્લેષક 13 મળે.

$$\begin{array}{r} 3476\cancel{6} \\ +\quad 78 \\ \hline 355\cancel{4} \\ +\quad 52 \\ \hline 40\cancel{7} \\ +\quad 91 \\ \hline 13\cancel{1} \\ +\quad 13 \\ \hline 26 \end{array}$$

(4) એકમનો અંક 6 દૂર કરીને 6 × 13 = 78 ને 3476માં ઉમેરતાં

(5) 4ને દૂર કરીને 4 × 13 = 52 ને 355માં ઉમેરતાં

(6) 7ને દૂર કરીને 7 × 13 = 91 ને 40માં ઉમેરતાં

(7) 1ને દૂર કરીને 1 × 13 = 13 ને 13માં ઉમેરતાં

(8) 26 મળે જે, 43થી વિભાજ્ય નથી. તેથી, આપેલ સંખ્યા 34766 એ 43થી વિભાજ્ય નથી.

ઉદાહરણ 3 : 7128ને 33 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય કે નહિ તે ચકાસો.

33 × 3 = 99

99 + 1 = 100

∴ ધન આશ્લેષક = 10

$$\begin{array}{r} 712\cancel{8} \\ +\quad 80 \\ \hline 79\cancel{2} \\ +\quad 20 \\ \hline 99 \end{array}$$

પગલાં :

(1) 33 નો પ્રભાવી ભાજક 99 મળે.

(2) 99 ની એકાધિક દ્વારા શૂન્યાંત સંખ્યા 100 મળે

(3) શૂન્ય દૂર કરતાં ધન આશ્લેષક 10 મળે.

(4) એકમનો અંક 8 દૂર કરીને 8 × 10 = 80 ને 712માં ઉમેરતાં

(5) 2 ને દૂર કરીને 2 × 10 = 20 ને 79માં ઉમેરતાં

(6) 99 મળે, જે 33 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય છે. તેથી, આપેલ સંખ્યા 7128 ને 33 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય છે.

મહાવરો : 1

1. ખાલી જગ્યા પૂરો :

(1) 23નો પ્રભાવી ભાજક .... અથવા .... મળે.

(2) 231નો એકન્યૂન .... મળે.

(3) 43નો ઋણ આશ્લેષક .... મળે.

(4) ભાજક 33નો ધન આશ્લેષક 10 છે, તો તેનો ઋણ આશ્લેષક .... મળે.

2. નીચે આપેલ સંખ્યાના બંને આશ્લેષકો મેળવો :

(1) 53 (2) 33 (3) 73

3. 10682ની 43 વડે વિભાજ્યતા ચકાસો.

4. 9984ને 13 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય કે નહિ તે ચકાસો.

હવે આપણે એકમનો અંક 7 હોય તેવી ભાજક સંખ્યાના આશ્લેષકો કેવી રીતે મળશે તે નીચેના કોષ્ટક પરથી સમજીશું.

કોષ્ટક 3

ભાજક	પ્રભાવી ભાજક (7 વડે ગુણતાં) × 7	એકાધિક દ્વારા પ્રાપ્ત શૂન્યાંત સંખ્યા	શૂન્ય દૂર કરતાં ધન આશ્લેષક	મૂળ સંખ્યામાંથી ધન આશ્લેષક બાદ કરતાં ઋણ આશ્લેષક
17	119	120	12	5
27	189	190	19	8
37	259	260	26	11
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.

કોષ્ટક 4

ભાજક	પ્રભાવી ભાજક (3 વડે ગુણતાં) × 3	એકન્યૂન દ્વારા પ્રાપ્ત શૂન્યાંત સંખ્યા	શૂન્ય દૂર કરતાં ઋણ આશ્લેષક	ભાજકમાંથી ઋણ આશ્લેષક બાદ કરતાં ધન આશ્લેષક
17	51	50	5	12
27	81	80	8	19
37	111	110	11	26
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.

એકમનો અંક 7 હોય તેવા ભાજકનો ઋણ આશ્લેષક એ ધન આશ્લેષક કરતાં નાની સંખ્યા છે. માટે આપણે ઋણ આશ્લેષકથી વિભાજ્યતાની ચકાસણી કરીશું.

ઉદાહરણ 4 : 8959ની 31 દ્વારા વિભાજ્યતા ચકાસો.

31 − 1 = 30

∴ ઋણ આશ્લેષક = 3

$$\begin{array}{r} 895\cancel{9} \\ -\ \ 27 \\ \hline 86\cancel{8} \\ -\ 24 \\ \hline 6\cancel{2} \\ -\ 6 \\ \hline 0 \end{array}$$

પગલાં :

(1) અહીં 31 એ જ પ્રભાવી ભાજક છે.

(2) 31 ની એકન્યૂન દ્વારા શૂન્યાંત સંખ્યા 30 મળે.

(3) શૂન્ય દૂર કરતાં ઋણ આશ્લેષક 3 મળે.

(4) એકમનો અંક 9 દૂર કરીને 9 × 3 = 27 ને 895માંથી બાદ કરતાં

(5) 8 દૂર કરીને 8 × 3 = 24 ને 86માંથી બાદ કરતાં

(6) 2 દૂર કરીને 2 × 3 = 6 ને 6માંથી બાદ કરતાં

(7) 0 મળે છે. તેથી, આપેલ સંખ્યા 8959 એ 31થી વિભાજ્ય છે.

ઉદાહરણ 5 : 35758નો એક અવયવ 27 છે ? ચકાસો.

$27 \times 3 = 81$

$81 - 1 = 80$

$\therefore$ ઋણ આશ્લેષક $= 8$

$$
\begin{array}{r}
3575\cancel{8} \\
-\quad 64 \\
\hline
351\cancel{1} \\
-\quad 8 \\
\hline
34\cancel{3} \\
-\ 24 \\
\hline
10
\end{array}
$$

પગલાં :

(1) 27 નો પ્રભાવી ભાજક 81 મળે

(2) 81 ની એકન્યૂન દ્વારા શૂન્યાંત સંખ્યા 80 મળે

(3) શૂન્ય દૂર કરતાં ઋણ આશ્લેષક 8 મળે

(4) એકમનો અંક 8 દૂર કરીને $8 \times 8 = 64$ ને 3575માંથી બાદ કરતાં

(5) 1 દૂર કરીને $1 \times 8 = 8$ ને 351માંથી બાદ કરતાં

(6) 3 દૂર કરીને $3 \times 8 = 24$ ને 34માંથી બાદ કરતાં

(7) 10 મળે, જે 27થી વિભાજ્ય નથી. તેથી, 35758નો એક અવયવ 27 નથી.

મહાવરો : 2

1. ખાલી જગ્યા પૂરો :

(1) 27નો પ્રભાવી ભાજક .... અથવા .... મળે.

(2) 171 પ્રભાવી ભાજકનો એકન્યૂન .... મળે.

(3) 37નો ધન આશ્લેષક .... મળે.

(4) 47નો ઋણ આશ્લેષક .... મળે.

(5) ભાજક 17નો ઋણ આશ્લેષક 5 છે, તો તેનો ધન આશ્લેષક .... મળે.

2. માગ્યા મુજબ દાખલા ગણો :

(1) 6893ની 27 વડે વિભાજ્યતા ચકાસો. (2) 9916ને 37 વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય કે નહિ ?

(3) 14671નો એક અવયવ 17 છે ? ચકાસો. (4) 22652ને 27 વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય કે નહિ ?

(5) 12972ની 47 વડે વિભાજ્યતા ચકાસો.

ઉત્તર

મહાવરો : 1

1. (1) 69 અથવા 161 (2) 230 (3) 30 (4) 23

2. (1) ધન આશ્લેષક 16, ઋણ આશ્લેષક 37 (2) ધન આશ્લેષક 10, ઋણ આશ્લેષક 23

(3) ધન આશ્લેષક 22, ઋણ આશ્લેષક 51

3. વિભાજ્ય નથી. **4.** વિભાજ્ય છે.

મહાવરો : 2

1. (1) 81 અથવા 189 (2) 170 (3) 26 (4) 14 (5) 12

2. (1) વિભાજ્ય નથી. (2) નિ:શેષ ભાગી શકાય. (3) અવયવ છે. (4) નિ:શેષ ભાગી ન શકાય.

(5) વિભાજ્ય છે.

5

પદાવલિઓના સરવાળા અને બાદબાકી

G7N5P4

અત્યાર સુધી આપણે સંખ્યાઓનાં સરવાળા અને બાદબાકીનો અભ્યાસ કર્યો છે. આ પ્રકરણમાં આપણે પદાવલિઓના સરવાળા અને બાદબાકીનો અભ્યાસ કરીશું.

- **પદાવલિ :**

ચલ અને અચળના જોડાણથી બીજગણિતીય પદાવલિ રચાય છે.

ઉદાહરણ : $4a$, $8m - 7n$, $9x^2 + 4x - 5$

- **પદાવલિના સરવાળા :**

બે કે તેથી વધુ પદોના પદાવલિના સરવાળામાં સજાતીય પદોના સહગુણકોનો સરવાળો કરવામાં આવે છે અને પદોના ચલ અને ઘાત યથાવત રાખવામાં આવે છે.

નીચેના પગલાં દ્વારા પદાવલિના સરવાળા કરવામાં આવે છે.

પગલું 1 : સજાતીય પદના સહગુણકને એકબીજાની નીચે ગોઠવી માત્ર સહગુણકોનો સરવાળો કરવો.

પગલું 2 : સરવાળો કરતાં મળતી સંખ્યાને પદના ચલની આગળ મૂકવી.

ઉદાહરણ 1 : $4a + 5b$ અને $3a + 4b$નો સરવાળો કરો.

	a	b	ચલ
	4	5	પ્રથમ બહુપદીના સહગુણક
+	3	4	બીજી બહુપદીના સહગુણક
	7	9	

ઉત્તર : $7a + 9b$

ઉદાહરણ 2 : $7l + 6m - 4n$ અને $9l - 5m - 7n$ નો સરવાળો કરો.

	l	m	n	ચલ
	7	6	–4	પ્રથમ બહુપદીના સહગુણક
+	9	–5	–7	બીજી બહુપદીના સહગુણક
	16	1	–11	

$= 16l + 1m - 11n$

ઉત્તર : $16l + m - 11n$

ઉદાહરણ 3 : $7x^2 - 4x + 5$ અને $5x^2 - 3x - 4$ નો સરવાળો કરો.

	x^2	x	અચળ પદ
	7	–4	5
+	5	–3	–4
	12	–7	1

ઉત્તર : $12x^2 - 7x + 1$

મહાવરો : 1

નીચે આપેલ બહુપદીઓનો સરવાળો કરો :

(1) $5a + 7b$ અને $2a + 5b$

(2) $3w + 4x + 7y$ અને $5w + 7x + 6y$

(3) $4p - 8q + 11r$ અને $3p + 2q - 7r$

(4) $4x^2 + 3x + 6$ અને $7x^2 + 2x + 5$

(5) $8x^2 - 4x + 7$ અને $2x^2 - 7x - 9$

*

પદાવલિની બાદબાકી :

બે કે તેથી વધુ પદોની પદાવલિની બાદબાકીમાં સજાતીય પદોની બાદબાકી કરવામાં આવે છે અને પદોના ચલ અને ઘાત યથાવત રાખવામાં આવે છે.

નીચેના પગલાં દ્વારા પદાવલિની બાદબાકી કરવામાં આવે છે :

પગલું 1 : સજાતીય પદના સહગુણકને એકબીજાની નીચે ગોઠવી, બીજી પદાવલિના સહગુણકોના વિરુદ્ધ ચિહ્ન મૂકીને સરવાળો કરવો.

પગલું 2 : મળતી સંખ્યાને પદના ચલની આગળ મૂકવી.

ઉદાહરણ 4 : 8p + 9q માંથી 3p + 5q બાદ કરો.

	p	q	ચલ
	8	9	પ્રથમ બહુપદીના સહગુણક
+	–3	–5	બીજી બહુપદીના સહગુણક (વિરુદ્ધ ચિહ્ન સાથે)
	5	4	

ઉત્તર : $5p + 4q$

ઉદાહરણ 5 : 7a – 4b + 6c માંથી 5a – 3b – 2c બાદ કરો.

	a	b	c	ચલ
	7	–4	6	પ્રથમ બહુપદીના સહગુણક
+	–5	3	2	બીજી બહુપદીના સહગુણક (વિરુદ્ધ ચિહ્ન સાથે)
	2	–1	8	

ઉત્તર : $2a - b + 8c$

ઉદાહરણ 6 : $5x^2 - 7x + 4$ માંથી $3x^2 - 4x - 7$ બાદ કરો.

	x^2	x	અચળ પદ
	5	–7	4
+	–3	4	7
	2	–3	11

ઉત્તર : $2x^2 - 3x + 11$

મહાવરો : 2

બહુપદીઓની બાદબાકી કરો :

(1) $4w + 7x$ માંથી $9w + 5x$

(2) $11a + 8b + 3c$ માંથી $4a + 9b + 5c$

(3) $10m - 4n - 2p$ માંથી $12m + 8n - 7p$

(4) $8x^2 + 5x + 7$ માંથી $5x^2 + 2x + 3$

(5) $9x^2 - 6x + 15$ માંથી $15x^2 - 7x - 20$

ઉત્તર

મહાવરો : 1

(1) $7a + 12b$ (2) $8w + 11x + 13y$ (3) $7p - 6q + 4r$

(4) $11x^2 + 5x + 11$ (5) $10x^2 - 11x - 2$

મહાવરો : 2

(1) $-5w + 2x$ (2) $7a - b - 2c$ (3) $-2m - 12n + 5p$

(4) $3x^2 + 3x + 4$ (5) $-6x^2 + x + 35$

6

બહુપદીઓના ગુણાકાર

K3P9A9

આપણે જાણીએ છીએ કે, પુનરાવર્તિત સરવાળાનું ટૂંકું રૂપ એટલે ગુણાકાર. આપણે વૈદિક ગણિતથી કોઈ પણ ત્રણ અંકોની સંખ્યાના ત્રણ અંકની સંખ્યા સાથેના ગુણાકાર શીખી ગયાં છીએ. આ અધ્યાયમાં એ જ પદ્ધતિથી દ્વિપદીનો દ્વિપદી સાથે અને ત્રિપદીનો દ્વિપદી સાથે ગુણાકાર (વિસ્તરણ) કરવાનું શીખીશું.

સૂત્ર : 'उर्ध्वतिर्यग्भ्याम्'

उर्ध्व = ઊભા, तिर्यक् = ત્રાંસા

અર્થ : 'ઊભા અને ત્રાંસા (સમૂહ) દ્વારા ગુણાકાર'

ઉદાહરણ 1 : $(3x + 2)$ અને $(x + 4)$ ગુણાકાર કરો.

$$\begin{array}{rcc} & 3 & 2 \\ \times & 1 & 4 \\ \hline \end{array}$$

$(3 \times 1) / (3 \times 4) + (2 \times 1) / (2 \times 4)$

$= 3 \ / \ 12 + 2 \ / \ 8$

$= 3 \ / \ 14 \ / \ 8$

ઉત્તર : $3x^2 + 14x + 8$

પગલું 1 : સૌપ્રથમ ઘાતોના ઉતરતાં ક્રમમાં પદો લખી બંને પદાવલિના સહગુણકો ગોઠવો.

પગલું 2 : $2 \times 4 = 8$

પગલું 3 : $(3 \times 4) + (2 \times 1) = 12 + 2 = 14$

પગલું 4 : $3 \times 1 = 3$

પગલું 5 : બંને દ્વિપદીના ચલોની મહત્તમ ઘાત 1 છે. માટે ગુણનફળનું પ્રથમ પદ x^2 વાળું થશે. પછી ક્રમશઃ x^1 વાળું અને x^0 વાળું (અચળપદ) થશે. જેથી 3 એ x^2 નો, 14 એ x^1 નો અને 8 એ x^0 (અચળપદ)નો સહગુણક થશે.

નોંધ : સામાન્ય રીતે उर्ध्वतिर्यग्भ्याम् સૂત્રથી સંખ્યાના ગુણાકાર કરતી વખતે વદી આગળના ખંડમાં ઉમેરવામાં આવે છે. જે બહુપદીના સહગુણકોના ગુણાકાર વખતે વદી ઉમેરવામાં આવતી નથી.

ઉદાહરણ 2 : $(5x + 3)$ અને $(3x + 7)$ વિસ્તરણ કરો.

$$\begin{array}{rcc} & 5 & 3 \\ \times & 3 & 7 \\ \hline \end{array}$$

$(5 \times 3) / (5 \times 7) + (3 \times 3) / (3 \times 7)$

$= 15 \ / \ 35 + 9 \ / \ 21$

$= 15 \ / \ 44 \ / \ 21$

ઉત્તર : $15x^2 + 44x + 21$

પગલું 1 : $3 \times 7 = 21$

પગલું 2 : $(5 \times 7) + (3 \times 3) = 35 + 9 = 44$

પગલું 3 : $5 \times 3 = 15$

ઉદાહરણ 3 : $(3x + 5)$ અને $(4x - 1)$ ગુણાકાર કરો.

$$\begin{array}{rrr} & 3 & 5 \\ \times & 4 & -1 \\ \hline \end{array}$$

$(3 \times 4) / (3 \times -1) + (5 \times 4) / (5 \times -1)$

$= 12 \ / \ (-3) + 20 \ / \ -5$

$= 12 \ / \ 17 \ / \ -5$

ઉત્તર : $12x^2 + 17x - 5$

પગલું 1 : $5 \times (-1) = -5$

પગલું 2 : $(3 \times -1) + (5 \times 4)$

$= (-3) + 20 = 17$

પગલું 3 : $3 \times 4 = 12$

ઉદાહરણ 4 : $(5x - 3)$ અને $(2x - 5)$ ગુણાકાર કરો.

$$\begin{array}{rrr} & 5 & -3 \\ \times & 2 & -5 \\ \hline \end{array}$$

$(5 \times 2) / (5 \times -5) + (-3 \times 2) / (-3 \times -5)$

$= 10 \ / \ (-25) + (-6) \ / \ 15$

$= 10 \ / \ -31 \ / \ 15$

ઉત્તર : $10x^2 - 31x + 15$

પગલું 1 : $(-3 \times -5) = 15$

પગલું 2 : $(5 \times -5) + (-3 \times 2)$

$= (-25) + (-6) = (-31)$

પગલું 3 : $5 \times 2 = 10$

મહાવરો : 1

1. નીચેની બહુપદીઓનો ગુણાકાર કરો :

(1) $(7x + 2)$ અને $(4x + 3)$ (2) $(2x + 3)$ અને $(3x - 4)$ (3) $(y - 2)$ અને $(y + 6)$

(4) $(4m - 2)$ અને $(4m - 3)$ (5) $(5x - 2)$ અને $(4x - 1)$ (6) $(3a + 4)$ અને $(5a - 2)$

*

હવે કોઈ એક ત્રિપદીનો કોઈ પણ દ્વિપદી સાથેનો ગુણાકાર વૈદિક ગણિતના 'ऊर्ध्वतिर्यग्भ्याम्' સૂત્રથી સરળતાથી કરવાનું શીખીશું.

ઉદાહરણ 5 : $(2x^2 + 3x + 1)$ અને $(4x + 3)$નો ગુણાકાર કરો.

$$\begin{array}{rrrr} & 2 & 3 & 1 \\ \times & 0 & 4 & 3 \\ \hline \end{array}$$

2×0	2×4 + 3×0	2×3 + 1×0 + 3×4	3×3 + 1×4	1×3

$= 0 / 8 + 0 / 6 + 0 + 12 / 9 + 4 / 3$

$= 0 \ / \ 8 \ / \ 18 \ / \ 13 \ / \ 3$

ઉત્તર : $8x^3 + 18x^2 + 13x + 3$

પગલું 1 : સૌપ્રથમ બંને પદાવલિઓના સહગુણકોને ઘાતોના ઉતરતાં ક્રમમાં લખો. અહીં ગુણક પદાવલિમાં x^2 નું પદ ન હોવાથી તેનો સહગુણક 0 મૂકો.

પગલું 2 : $1 \times 3 = 3$

પગલું 3 : $(3 \times 3) + (1 \times 4) = 9 + 4 = 13$

પગલું 4 : $(2 \times 3) + (1 \times 0) + (3 \times 4)$

$= 6 + 0 + 12 = 18$

પગલું 5 : $(2 \times 4) + (3 \times 0) = 8 + 0 = 8$

પગલું 6 : $2 \times 0 = 0$

પગલું 7 : અહીં પ્રથમ બહુપદીની ઘાત 2 છે અને દ્વિતીય બહુપદીની ઘાત 1 છે. ચલોના ગુણાકારમાં ઘાતોનો સરવાળો કરતાં ઉત્તરમાં પ્રથમ x^3 પદ મળે, ત્યારબાદ ક્રમશઃ ઉતરતાં ઘાતવાળા પદો મળે.

ઉદાહરણ 6 : $(3x^2 - 2x + 3)$ અને $(4x - 2)$નો ગુણાકાર કરો.

$$\begin{array}{cccc} & 3 & -2 & 3 \\ \times & 0 & 4 & -2 \\ \hline \end{array}$$

3×0	3×4 $+$ $(-2) \times 0$	$3 \times (-2)$ $+$ $(-2) \times 4$ $+$ 3×0	3×4 $+$ $(-2) \times (-2)$	$3 \times (-2)$

$= 0 \ / \ 12 + 0 \ / \ (-6) + (-8) + 0 \ / \ 12 + 4 \ / \ -6$

$= 0 \ / \ 12 \ / \ -14 \ / \ 16 \ / \ -6$

ઉત્તર : $12x^3 - 14x^2 + 16x - 6$

ઉદાહરણ 7 : $(2a^2 - 3a - 4)$ અને $(5a - 2)$નો ગુણાકાર કરો.

$$\begin{array}{cccc} & 2 & -3 & -4 \\ \times & 0 & 5 & -2 \\ \hline \end{array}$$

2×0	2×5 $+$ $(-3) \times 0$	$2 \times (-2)$ $+$ $(-3) \times 5$ $+$ $(-4) \times 0$	$(-3) \times (-2)$ $+$ $5 \times (-4)$	$(-4) \times (-2)$

$= 0 \ / \ 10 + 0 \ / \ (-4) + (-15) + 0 \ / \ 6 + (-20) \ / \ 8$

$= 0 \ / \ 10 \ / \ -19 \ / \ -14 \ / \ 8$

ઉત્તર : $10a^3 - 19a^2 - 14a + 8$

મહાવરો : 2

1. નીચેની બહુપદીઓનો ગુણાકાર કરો :

(1) $(3x^2 + 2x + 1)(2x + 3)$ (2) $(2x^2 - x + 1)(3x - 2)$

(3) $(2a^2 - a - 3)(5a - 7)$ (4) $(2y + 5)(4y^2 - 3y - 7)$

ઉત્તર

મહાવરો : 1

(1) $28x^2 + 29x + 6$ (2) $6x^2 + x - 12$ (3) $y^2 + 4y - 12$

(4) $16m^2 - 20m + 6$ (5) $20x^2 - 13x + 2$ (6) $15a^2 + 14a - 8$

મહાવરો : 2

(1) $6x^3 + 13x^2 + 8x + 3$ (2) $6x^3 - 7x^2 + 5x - 2$

(3) $10a^3 - 19a^2 - 8a + 21$ (4) $8y^3 + 14y^2 - 29y - 35$

7

અવયવીકરણ

B4X7I4

'અવયવ' એ એક મહત્ત્વપૂર્ણ ગાણિતિક વિષયાંગ છે. જે ઘણા બધા ગાણિતિક પ્રશ્નો ઉકેલવામાં મદદરૂપ થાય છે. વૈદિક ગણિતની મદદથી દ્વિઘાત બહુપદીના અવયવ विलोकनम् સૂત્રથી સરળતાથી મેળવી શકાય છે.

સૂત્ર : 'विलोकनम्'

અર્થ : અવલોકનથી

જો વૈદિક ગણિતના ઉપરના સૂત્રથી કોઈ પણ એકચલ દ્વિઘાત બહુપદીના અવયવો કે જ્યાં દ્વિઘાત પદનો સહગુણક 1 હોય તેના અવયવ સરળતાથી મેળવી શકાય છે.

ઉદાહરણ 1 : $x^2 + 5x + 6$ના અવયવ પાડો.

$x^2 + 5x + 6$

$= (x + 3)(x + 2)$

પગલું 1 : અંતિમ પદ +6 અને મધ્યમપદનો સહગુણક +5 છે.

પગલું 2 : +6 ના એવા બે અવયવો કે જેનો સરવાળો +5 થાય.

પગલું 3 : 6 ના અવયવ +3 અને +2.

તેથી $x^2 + 5x + 6$ના અવયવ $(x + 3)(x + 2)$ થાય.

ઉદાહરણ 2 : $x^2 - 6x + 8$ના અવયવ પાડો.

$x^2 - 6x + 8$

$= (x - 4)(x - 2)$

પગલું 1 : +8 ના એવા બે અવયવો કે જેનો સરવાળો (–6) થાય.

પગલું 2 : +8 ના બે અવયવ (–4) અને (–2) થાય.

તેથી $x^2 - 6x + 8$ના $(x - 4)(x - 2)$ થાય.

ઉદાહરણ 3 : $a^2 + 2a - 8$ના અવયવ પાડો.

$a^2 + 2a - 8$

$= (a + 4)(a - 2)$

પગલું 1 : (–8) ના એવા બે અવયવ જેનો સરવાળો (+2) થાય.

પગલું 2 : (–8) ના બે અવયવ +4 અને (–2) થાય.

ઉદાહરણ 4 : $m^2 - 3m - 10$ના અવયવ પાડો.

$m^2 - 3m - 10$

$= (m - 5)(m + 2)$

પગલું 1 : (–10) ના એવા બે અવયવો કે જેનો સરવાળો (–3) થાય.

પગલું 2 : (–10) ના બે અવયવ (–5) અને (+2) થાય.

મહાવરો

નીચે આપેલી દ્વિઘાત બહુપદીઓના અવયવ પાડો :

(1) $x^2 + 8x + 15$ (2) $p^2 + 6p + 8$ (3) $q^2 - 10q + 21$

(4) $p^2 + 6p - 16$ (5) $x^2 - 6x - 27$ (6) $x^2 - 12x + 35$

ઉત્તર

(1) $(x + 5)(x + 3)$ (2) $(p + 4)(p + 2)$ (3) $(q - 7)(q - 3)$

(4) $(p + 8)(p - 2)$ (5) $(x - 9)(x + 3)$ (6) $(x - 7)(x - 5)$

8

સુરેખ સમીકરણનો ઉકેલ

E4V2U1

વૈદિક ગણિતમાં સુરેખ સમીકરણનો ઉકેલ મેળવવા માટે એક વિશિષ્ટ સૂત્રનો ઉપયોગ થાય છે. આ સૂત્રના ઉપયોગથી લંબાણપૂર્વકની ગણતરીમાંથી મુક્તિ મળે છે તથા સરળ રીતે સમીકરણનો ઉકેલ મેળવી શકાય છે.

સૂત્ર : 'परावर्त्य योजयेत्'

અર્થ : 'પક્ષાંતર કરીને ઉપયોગ કરો.'

આ અધ્યાયમાં $ax + b = cx + d$ પ્રકારના સમીકરણનો જ ઉકેલ શીખીશું.

જો સમીકરણ $ax + b = cx + d$ પ્રકારનું હોય, તો ઉકેલ $x = \dfrac{d-b}{a-c}$

$$ax + b = cx + d$$
$$\therefore \quad ax - cx = d - b$$
$$\therefore \quad x(a - c) = d - b$$
$$\therefore \quad x = \frac{d-b}{a-c}$$

આ પ્રકારના સમીકરણનો ઉકેલ $x = \dfrac{d-b}{a-c}$ સૂત્રથી સરળતાથી મેળવી શકાય છે.

સમીકરણનો ઉકેલ શોધવા માટે નીચેના પગલાંઓને અનુસરીશું.

પગલું 1 : સૌપ્રથમ સમીકરણને $ax + b = cx + d$ પ્રકારનું બનાવો.

પગલું 2 : સમીકરણમાંથી a, b, c અને dની કિંમતો મેળવો.

પગલું 3 : $x = \dfrac{d-b}{a-c}$ માં કિંમતો મૂકી સાદું રૂપ આપો.

ઉદાહરણ 1 : ઉકેલ મેળવો : $4x + 3 = 2x + 9$

$4x + 3 = 2x + 9$ ને $ax + b = cx + d$ સાથે સરખાવતાં $a = 4$, $b = 3$, $c = 2$, $d = 9$.

$x = \dfrac{d-b}{a-c}$ માં કિંમત મૂકી સાદું રૂપ આપતાં.

$$= \frac{9-3}{4-2}$$
$$= \frac{6}{2}$$
$$\therefore \quad x = 3$$

આમ, સમીકરણનો ઉકેલ 3 છે.

ઉદાહરણ 2 : ઉકેલ મેળવો : $5x + \frac{7}{2} = \frac{3x}{2} - 14$

$5x + \frac{7}{2} = \frac{3x}{2} - 14$ ને $ax + b = cx + d$ પ્રકારનું બનાવવા સમીકરણને બંને બાજુ 2 વડે ગુણી સાદું રૂપ આપતાં.

$\therefore \quad 2\left(5x+\frac{7}{2}\right) = 2\left(\frac{3x}{2}-14\right)$

$\therefore \quad 10x + 7 = 3x - 28$ ને $ax + b = cx + d$ સાથે સરખાવતાં

$a = 10,\ b = 7,\ c = 3,\ d = -28$ ને સમીકરણ $x = \frac{d-b}{a-c}$ માં મૂકતાં,

$$x = \frac{d-b}{a-c}$$

$$= \frac{-28-7}{10-3}$$

$$= \frac{-35}{7}$$

$\therefore \quad x = -5$

આમ, સમીકરણનો ઉકેલ (-5) છે.

ઉદાહરણ 3 : ઉકેલ મેળવો : $\frac{x-5}{3} = \frac{x-3}{5}$

$\frac{x-5}{3} = \frac{x-3}{5}$ સમીકરણને $ax + b = cx + d$ પ્રકારનું બનાવવા માટે પક્ષાંતર (અહીં ચોકડી ગુણાકાર) કરીને સાદું રૂપ આપતાં.

$\therefore \quad 5(x - 5) = 3(x - 3)$

$\therefore \quad 5x - 25 = 3x - 9$ સમીકરણને $ax + b = cx + d$ સાથે સરખાવતાં

$a = 5,\ b = -25,\ c = 3,\ d = -9,$

$x = \frac{d-b}{a-c}$ માં કિંમતો મૂકતાં,

$$= \frac{-9-(-25)}{5-3}$$

$$= \frac{-9+25}{2}$$

$$= \frac{16}{2}$$

$\therefore \quad x = 8$

આમ, સમીકરણનો ઉકેલ 8 છે.

મહાવરો

ઉકેલ મેળવો :

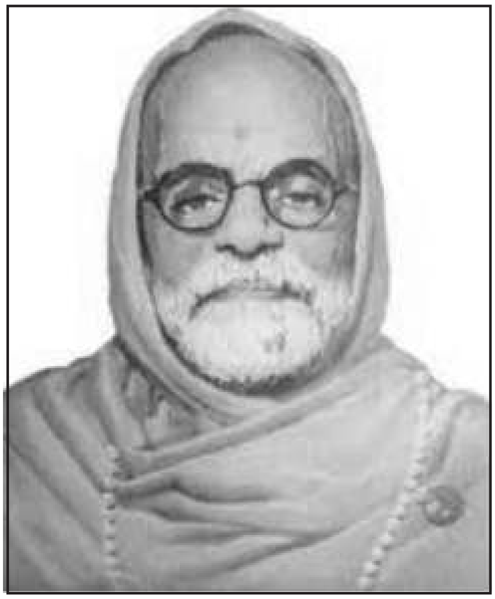
(1) $5x - 2 = 3x - 4$ (2) $11x - 5 = 16x - 30$ (3) $2y + \frac{5}{3} = \frac{26}{3} - y$

(4) $\frac{2x}{3} + 1 = \frac{7x}{15} + 3$ (5) $\frac{2x+3}{5} = \frac{x-7}{3}$

ઉત્તર

(1) $x = -1$ (2) $x = 5$ (3) $y = \frac{7}{3}$ (4) $x = 10$ (5) $x = -44$

જગદ્ગુરુ સ્વામી શ્રી ભારતીકૃષ્ણતીર્થજીનો પરિચય



સ્વામીશ્રી ભારતીકૃષ્ણતીર્થજી શ્રી ગોવર્ધન મઠ, પુરીના જગદ્ગુરુ શંકરાચાર્ય હતા. તેઓ બહુઆયામી તેજસ્વી પ્રતિભા ધરાવતાં હતા. તેઓએ પ્રાચીન ઋષિ-મુનિઓના આદર્શો અને સિદ્ધાંતોને આગળ લઈ જવાનું પુણ્યશાળી ઋષિતુલ્ય કાર્ય કર્યું છે. ઉચ્ચકક્ષાની કઠિન એકાંત સાધનાની સિદ્ધ અવસ્થામાં તેમને વૈદિક ગણિતનાં સોળ સૂત્રો અને તેર ઉપસૂત્રોની અંતઃસ્ફુરણા થઈ હતી. આ સૂત્રોના અર્થઘટન અને ગણન પદ્ધતિઓ દ્વારા તેઓએ 'વૈદિક ગણિત'ની રચના કરી છે.

પૂજ્ય સ્વામીજી સંસ્કૃત ભાષાના પ્રખર પંડિત તો હતા જ ઉપરાંત સંસ્કૃત ભાષામાં રહેલા અનેક વિષયોમાં પણ પારંગત હતા. સંસ્કૃત અને ગણિત સિવાય દર્શનશાસ્ત્ર, સાહિત્ય, ઈતિહાસ, સમાજશાસ્ત્ર, રાજનીતિ વગેરે વિષયોમાં પણ તેઓએ પોતાની વિદ્વત્તા સિદ્ધ કરી હતી. તેઓ પ્રાચીન ગણિતને વેદોમાં રહેલા વિજ્ઞાનનું જ્ઞાન પણ ધરાવતાં હતા અને આધુનિક ગણિત તથા વિજ્ઞાનની નવીન શોધોના અભ્યાસમાં પણ વિશેષરુચિ ધરાવતાં હતા. અંગ્રેજી ભાષા પર પણ તેઓનું પ્રભુત્વ હતું.

પૂજ્ય સ્વામીજી પ્રખર પંડિત, મહાન યોગી અને ઉચ્ચકોટિના સાધક સાથે પવિત્ર સંન્યાસી પણ હતા. તેઓનું વ્યક્તિત્વ નમ્ર અને વિવેકી હતું. તેમનું સાદગીપૂર્ણ જીવન પણ ભવ્ય અને દિવ્ય હતું. જે તેઓને પ્રાચીન ઋષિ-મુનિઓની શ્રેણીમાં મૂકે છે.

પૂજ્ય ભારતીકૃષ્ણતીર્થજીનો જન્મ 14 માર્ચ, 1884માં તમિલનાડુ રાજ્યમાં થયો હતો. તેમનું બાળપણનું નામ વ્યંકટરમણ હતું. તેઓ બાળપણથી જ અસાધારણ કુશાગ્ર બુદ્ધિ અને તીવ્ર યાદશક્તિ ધરાવતાં હતા. મદ્રાસ વિશ્વવિદ્યાલયની મૅટ્રિક પરીક્ષામાં તેઓ સર્વોચ્ચ ગુણ સાથે ઉત્તીર્ણ થયા હતા.

માત્ર પંદર વર્ષની ઉંમરે સંસ્કૃતના જ્ઞાન અને વકતૃત્વ કલામાં નિપુણતાને કારણે મદ્રાસ સંસ્કૃત ઍસોસિયેશને તેઓને 'સરસ્વતી'ની ઉપાધિથી સન્માનિત કર્યા હતા. વીસ વર્ષની વયે એકસાથે સાત વિષયમાં એમ.એ.ની પરીક્ષા તેઓએ ઉત્તીર્ણ કરીને તેમના મેધાવી વ્યક્તિત્વનો પરિચય આપ્યો હતો.

શ્રી વ્યંકટરમણે ત્રણ વર્ષ સુધી રાષ્ટ્રીય મહાવિદ્યાલયમાં પ્રધાનાચાર્ય પદે રહીને ફરજ નિભાવી હતી. ત્યાર બાદ શૃંગેરી મઠ, મૈસૂરમાં રહીને બ્રહ્મસાધના કરી વિવિધ શાસ્ત્રોનો અભ્યાસ કર્યો અને મઠની નજીકના વનોમાં આઠ વર્ષ સુધી તપસ્યા કરીને વૈદિક ગણિતની રચના કરી.

4 જૂલાઈ 1919માં તેઓએ કાશીમાં દીક્ષા લીધી અને સંન્યાસી જીવન શરૂ કર્યું. તેમનું નામ શ્રી ભારતીકૃષ્ણતીર્થજી રાખવામાં આવ્યું. બે વર્ષ બાદ તેઓ 1921ના શાસ્ત્રપીઠના શંકરાચાર્ય બન્યા, 1925માં ગોવર્ધન મઠ - પુરીના જગદ્ગુરુ

શંકરાચાર્ય બન્યા અને જીવનનાં શેષ વર્ષો આધ્યાત્મિકતા, શિક્ષણ, નૈતિક મૂલ્યોની પુનઃસ્થાપનાના પ્રચાર તેમજ લેખન, પ્રવચન અને ભ્રમણ કરવામાં સમર્પિત કર્યાં.

પૂજ્ય સ્વામીજીએ ઈ.સ. 1953માં નાગપુરમાં શ્રી વિશ્વ પુનઃનિર્માણ સંઘની સ્થાપના કરી હતી. તેમાં તેમના શિષ્યો ઉપરાંત ઉચ્ચ ન્યાયાલયના ન્યાયાધીશો, શિક્ષણવિદો, રાજનીતિજ્ઞો અને અનેક સામાજિક અગ્રણીઓ સેવારત હતા.

ભારતીય જ્ઞાન પરંપરા અને ધરોહરના પ્રચાર-પ્રસાર અંગે તેઓએ અમેરિકા અને ઈંગ્લૅન્ડ દેશોમાં પ્રવાસ કરીને વૈદિક ગણિત તેમજ અન્ય શાસ્ત્રોનું શિક્ષણ અને પ્રવચનો આપ્યા. તેમના જ્ઞાનથી વિદેશી ગણિતજ્ઞો અને શિક્ષણવિદો મંત્રમુગ્ધ તેમજ ખૂબ જ અભિભૂત થયા હતા.

પૂજ્ય સ્વામીજીની પરમ શિષ્યા શ્રીમતી મંજુલા ત્રિવેદીના જણાવ્યા મુજબ વૈદિક ગણિતનાં સોળ સૂત્રો પર સ્વતંત્ર સોળ ગ્રંથો તેઓએ લખ્યા હતા, પરંતુ કોઈ કારણવશ તે નષ્ટ થઈ ગયા. તેઓ તેને ફરીથી લખવાના હતા, પરંતુ તેમની નાદુરસ્ત તબિયતને કારણે તે શક્ય ન બન્યું. 2 ફેબ્રુઆરી, 1960ના રોજ ગંભીર બીમારીને કારણે પૂજ્ય સ્વામીજીનું અવસાન થયું અને તેઓ પરમ તત્ત્વમાં લીન થયા.

પરિશિષ્ટ

(માત્ર જાણકારી માટે)

વૈદિક ગણિતના સૂત્રો, ઉપસૂત્રો, તેના અર્થ અને ઉપયોગિતા

ક્રમ	સૂત્ર	અર્થ	ઉપયોગિતા
1.	एकाधिकेन पूर्वेण	પહેલા કરતાં એક વધારે દ્વારા	સંખ્યાઓના સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર, વર્ગ, વિભાજ્યતા, દશાંશ અભિવ્યક્તિ, સંકલન વગેરેમાં.
2.	निखिलं नवतश्चरमं दशत:	અંતિમ દસમાંથી અને બાકીના નવમાંથી	પૂરકસંખ્યા મેળવવામાં, સંખ્યાઓના ગુણાકાર, ભાગાકાર, વર્ગ વિભાજ્યતા વગેરેમાં.
3.	ऊर्ध्वतिर्यग्भ्याम्	ઊભા અને ત્રાંસા દ્વારા	સંખ્યાઓના ગુણાકાર, ભાગાકાર, વર્ગ, બહુપદીના ગુણાકાર, સરળ રેખાઓના સમીકરણ, વગેરેમાં.
4.	परावर्त्य योजयेत्	પક્ષાંતર કરીને ઉપયોગ કરો.	સંખ્યાઓના ભાગાકારમાં, બહુપદીના અવયવમાં, બહુપદીના ભાગાકારમાં, વિવિધ સમીકરણના ઉકેલ મેળવવામાં.
5.	शून्यं साम्यसमुच्चये	જ્યારે સમૂહ સમાન છે ત્યારે તે સમૂહનું મૂલ્ય શૂન્ય થાય છે.	વિવિધ સમીકરણના ઉકેલમાં
6.	(आनुएप्ये) शून्यमन्यत्	એક ગુણોત્તરમાં (અનુરૂપતા) હોય ત્યારે બીજો શૂન્ય હોય છે.	સમીકરણના ઉકેલમાં
7.	संकलनव्यवकलनाभ्याम्	સરવાળો અને બાદબાકી કરીને	સંખ્યાઓનો વર્ગ કરવામાં સમીકરણના ઉકેલમાં
8.	पूरणापूरणाभ्याम्	પૂર્ણ અને અપૂર્ણ દ્વારા	સમીકરણના ઉકેલમાં
9.	चलनकलनाभ्याम्	ચલન અને કલન દ્વારા	બહુપદીના અવયવીકરણમાં કલનગણિતમાં
10.	यावदूनम्	જેટલું ઓછું	સંખ્યાઓનો ગુણાકાર, સંખ્યાઓનો વર્ગ કરવામાં
11.	व्यष्टिसमष्टि:	એક અને સમુદાય	વિશિષ્ટ ચતુર્ઘાતી સમીકરણના ઉકેલમાં

ક્રમ	સૂત્ર	અર્થ	ઉપયોગિતા
12.	शेषाण्यङ्केन चरमेण	શેષને અંતિમ અંક દ્વારા	અપૂર્ણાંકની દશાંશ અભિવ્યક્તિમાં
13.	सोपान्त्यद्वयमन्त्यम्	અંતિમ તથા ઉપઅંતિમના બમણા	સમીકરણના ઉકેલમાં
14.	एकन्यूनेन पूर्वेण	પહેલા કરતાં એક ઓછા દ્વારા	વિશિષ્ટ સંખ્યાઓના ગુણાકારમાં
15.	गुणितसमुच्चय:	ગુણિતોનો સમૂહ	સમીકરણના ઉકેલ મેળવવામાં, અવયવીકરણની ચકાસણી કરવામાં.
16.	गुणकसमुच्चय:	ગુણકોનો સમૂહ	સમીકરણના ઉકેલ મેળવવામાં, અવયવીકરણની ચકાસણી કરવામાં.

ક્રમ	ઉપસૂત્ર	અર્થ	ઉપયોગિતા
1.	आनुरूप्येण	અનુરૂપતા (પ્રમાણ) દ્વારા	બહુપદીના અવયવીકરણમાં સંખ્યાઓના ગુ.સા.અ. અને લ.સા.અ. શોધવામાં
2.	शिष्यते शेषसंज्ञ:	બચેલાને શેષ કહે છે.	બહુપદીના ભાગાકાર કરવામાં
3.	आद्यमाद्येनान्त्यमन्त्येन	પ્રથમને પ્રથમ દ્વારા અને અંતિમને અંતિમ દ્વારા	બહુપદીના અવયવીકરણમાં
4.	कैवलै: सप्तकं गुण्यात्	સાત માટે ગુણક કૈવલૈ: (143) છે.	સાંકેતિક ભાષા (કૂટ સંખ્યા)માં
5.	वेष्टनम्	આશ્લેષણ	વિભાજ્યતાની ચકાસણીમાં
6.	यावदूनं तावदूनम्	જેટલું ઓછું છે તેટલું ઓછું	સંખ્યાઓનો ગુણાકાર, સંખ્યાઓના વર્ગ કરવામાં
7.	यावदूनं तावदूनीकृत्यं वर्गं च योजयेत्	જેટલું ઓછું છે તેટલું ઓછું કરીને વર્ગ કરો.	સંખ્યાઓનો વર્ગ કરવામાં
8.	अन्त्ययोर्दशकेऽपि	અંતિમ અંકોનો સરવાળો દસ થાય ત્યારે પણ	સંખ્યાઓનો ગુણાકાર, સંખ્યાઓનો વર્ગ કરવામાં
9.	अन्त्ययोरेव	માત્ર અંતિમ બે અંકોનું	સમીકરણના ઉકેલ મેળવવામાં
10.	समुच्चयगुणित:	સમૂહ ગુણન	અવયવીકરણ અને તેની ચકાસણીમાં

ક્રમ	ઉપસૂત્ર	અર્થ	ઉપયોગિતા
11.	लोपनस्थापनाभ्याम्	લોપન તથા સ્થાપના દ્વારા	સમીકરણના ઉકેલમાં, બહુપદીના અવયવીકરણમાં, બહુપદીના ગુ.સા.અ.માં
12.	विलोकनम्	અવલોકન દ્વારા	અવયવીકરણમાં, સમીકરણના ઉકેલમાં, વર્ગમૂળ, ઘનમૂળ શોધવામાં
13.	गुणितसमुच्चयः समुच्चयगुणितः	અવયવોના ગુણાંકોના સરવાળાનું ગણનફળ એ ગુણનફળના ગુણાંકોના સરવાળા બરાબર થાય છે.	બહુપદીના અવયવોની ચકાસણીમાં

• • •